9389

II

Elektryczność i
Magnetyzm
Zima 1900/901

Program wykładów

w półroczu zimowem 1900/1901.

1). Elektryczność i Magnetyzm

$$\frac{\partial V}{\partial x} = K\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = K\frac{\partial U}{\partial y}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = K\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\int \frac{\varepsilon'}{2}\, dv$$

$$\nabla^2 V = K\nabla^2 U + \left(\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x} + \dots\right)$$

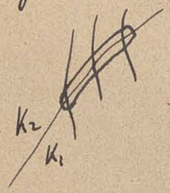
$$\int \nabla^2 V\, dv = \int K\nabla^2 U + \int \dots = \int K \frac{\partial U}{\partial n} df$$

$$\int K\frac{\partial U}{\partial n} df - \int K\nabla^2 U$$

Jeżeli $\rho = 0$ to tam gdzie $K = const$ także $\nabla^2 U = 0$: $\rho' = 0$

gdzie granica między K_1 i K_2:

$$\frac{4\pi(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{1 + 4\pi\varepsilon_1} = -4\pi\sigma$$



$$0 = K_1\frac{\partial U_1}{\partial n_1} + K_2\frac{\partial U_2}{\partial n_2}$$

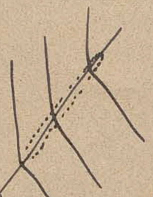
$$\frac{\partial U_1}{\partial n_1} + \frac{\partial U_2}{\partial n_2} = \left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right)\frac{\partial U_1}{\partial n_1} = -4\pi\sigma'$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial n_2} = -\frac{K_1}{K_2}\frac{\partial U_1}{\partial n_1}$$

$$= \left(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}\right)\frac{\partial V_1}{\partial n_1} = -4\pi\sigma'$$

$$K_2\frac{\partial U_2}{\partial n_2} = \frac{\partial V_2}{\partial n_2} = -\frac{\partial V_1}{\partial n_1}$$

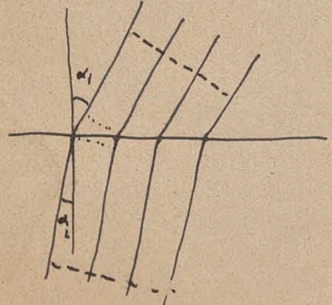
$$K_1\frac{\partial U_1}{\partial n_1} = \frac{\partial V_1}{\partial n_1}$$



$$\frac{\partial U_1}{\partial s_1} = \frac{\partial U_2}{\partial s_2}$$

bo U jest funkcją ciągłą, więc jeżeli zakreślimy taką drogę zamkniętą to musimy dojść do tej samej wartości

tak samo $\frac{\partial V_1}{\partial s_1} = \frac{\partial V_2}{\partial s_2}$



$F_1 : F_2 = \cos\alpha_2 : \cos\alpha_1$

$N_1 = F_1\cos\alpha_1$ $\quad N_2 = F_2\cos\alpha_2$

$T_1 = F_1\sin\alpha_1$ $\quad T_2 = F_2\sin\alpha_2$

$N_1 = N_2$

$$\frac{T_1}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{T_2}{\operatorname{tg}\alpha_2}$$

Elektromagnetyzm

Örsted (1820) pierwszy zauważył wychylenie igły magnetycznej pod wpływem prądu [elektr.] w bliskości przepływającego. ~~Doświadczenia (Poniewaź) [Na podstawie] ...~~ ~~Biot i Savarta były podstawą do rozwinięcia teorji tych zjawisk [i teoretycznych rozważań Ampera]~~

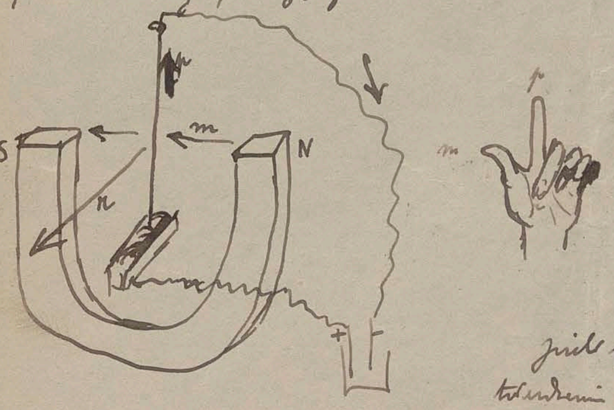
(W następnych latach) (Doświadczenia też nad ~~działaniem magn.~~ [mechanicznym] działaniem prądów na magnesy i też na odwrót nad oddziaływaniem [mechanicznem] magnesów na ~~prąd~~ przewodniki okrążone prądem były powtarzane w najrozmaitszych odmianach przez De la Rive, Davy, Barlow i t.d. i wszystkie te zjawiska dają się ~~ob~~ ująć w prawidło wyprowadzone przez [na podstawie pomiarów ilościowych] Biot Savarta (1820) i uogólnione(?) przez Ampera.

~~Zasadą wśród teorji wypowiedziana się od prawa Biota Savarta~~ [Trzeba tu odróżnić dwie strony przedmiotu:]

Ze względów, które później omówimy, pozostawimy historyczny tok wywodów, i potraktujemy na razie jako [zasadnicze] prawo doświadczalne: Rozcinając przewodnik w rozmaite części elementarne ~~Łatwo w żaden sposób~~ zbadać siłę [mięśni] wywieraną przez ~~prąd~~ pole magn. na ~~prąd~~ ~~element przewodnika przez który prąd~~ pojedyncze jego części, podczas gdy obserwujemy wpływ prądu zamkniętego (a innych nie ma str. ...) na magnes, ~~spostrzegamy~~ [mamy do czynienia z] siłą wypadkową przez [wszystkie elementy] całego przewodnika ~~na~~ [na niego] wywieraną, którą możnaby się dać rozłożyć na siły elementarne w rozmaite sposoby. Żądanie określenia siły ~~dz~~ ~~doznanej~~ [wywieranej] przez element przewodnika ~~w polu~~ [na tlenem] magnetycznego jest zatem ~~łatwo~~ [trudniej] dostępne dla bezpośredniego rozwiązania doświadczalnego aniżeli ~~dostę~~ zbadanie siły doznanej przez element przewodnika znajdującego się w danem polu magnetycznem. Dla tego rozpoczniemy od tego ostatniego

Doświadczenie uczy nas że element przewodnika ~~danego~~ znajdujący się w polu magnetycznem doznaje siły $\mathfrak{f}$ ~~skierowanej~~ prostopadłej do linij siły magnetycznej (kierunku elementu i), ~~i do~~ a proporcjonalnej do natężenia prądu i, do siły magnetycznej $\mathfrak{H}$ i do długości rzutu elementu $d\mathfrak{s}$ na płaszczyznę prostopadłą do siły magnetycznej.

~~Kierunek~~ Pozostającą w tem wyprowadzeniu jeszcze dwuznaczność co do określenia kierunku owej siły rozstrzyga reguła: układ prostokątny utworzony z trzech pierwszych palców lewej ręki odpowiada w porządku alfabetycznym kierunkom siły magnetycznej, prądu i ruchu pod wpływem siły mechanicznej powstającej



jeżeli ~~[illegible]~~ współczynnik proporcjonalności w powyższem twierdzeniu występujący stawiamy równy jedności

W ~~[illegible]~~ symbolice wektorowej daje się to ~~[illegible]~~ wyrazić jednym wzorem (por. str. [Vorz. = ...])

$$d\mathfrak{f} = i\left[\mathfrak{H}\, d\mathfrak{s}\right]$$

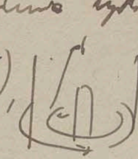
a wielkość bezwzględna owej siły mechanicznej będzie określona wzorem $F = i\,H\,ds \sin\varepsilon$ jeżeli ε jest kąt zawarty ~~między~~ kierunkiem elementu i kierunkiem siły magnetycznej.

~~Fleminga reguły tego wyprowadzenia w~~ *) Zwykle używa się reguły Fleminga według której pierwszy palec (thumb) ~~[illegible]~~ palec wskazuje kierunek ruchu (motion), drugi siły magn. (force, field), trzeci prądu (current).

System elektron. bezwzględn.

(według reguł mechaniki)
Składając (te siły wywierane na pojedyncze elementy przewodnika otrzyma się siły i momenty wypadkowe, działające na cały przewodnik [illegible]

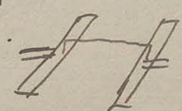
~~Istnienie tych sił i ich~~ Do jakościowego ~~udowodnienia~~ wykazania tych sił i do określenia ich kierunku nadaje się n.p. przyrząd Faradaya*),



kółko Barlowa,* [

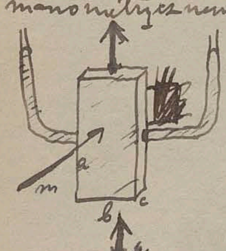
[f. . . .

pływający ~~drut~~ ~~przewodnik~~ most De la Rivea *) . . !



W celu ilościowego stwierdzenia można się posługiwać n.p. opisanym poniżej galwanometrem Lippmanna, lub galwanom. typu Deprez Darsonvala.

<u>Galwanometr Lippmanna</u> (odróżnić od elektrometru Lippmanna str. ..)*) składa się z naczynia prostokątnego (o długości boków a b c) napełnionego rtęcią (z załączonemi bocznemi rurkami manometrycznemi. Naczynie to umieszczamy tak ~~...~~ w pole magnet. (o natężeniu H) że linie siły ~~są skierowane~~ mają kierunek boków c, a prąd elektr. przepuszczamy przez podstawy bc, tak że będzie przepływać w kierunku boków a.



Powstaje zatem siła a i H, cisnąca na podstawę ac, ~~która~~ równoważna z ciśnieniem hydrostatycznem wielkości $\frac{iH}{c}$, które ~~m~~ wyrównaniu się powodując różnicę poziomu ~~m~~ rtęci (o gęstości ρ) w rurkach pionowych: $\Delta h = \frac{iH}{c\rho g}$

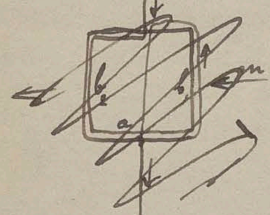
N.p. $i = 1$ Amp $= 0{\cdot}1$, $H = 10000$, $c = 0{\cdot}1$; $\Delta h = 0{\cdot}76$ mm

Możnaby czułość powiększyć zmniejszając jeszcze grubość naczynia, c, ale widać że tego przykładu liczbowego, że instrument ten tylko dla stosunkowo silnych prądów dałby się użyć do mierzenia natężenia prądu. Pod względem teoretycznym jest jednak interesujący jako ~~najprostszy~~ przyrząd tego rodzaju, za pomocą którego (zmieniając kierunek pola i t.p.) wzór (   ) możnaby
który może posłużyć do pomiarów bezwzględnych i do str...

pod każdym względem stalonić, i który

Galvanometry Deprez d'Arsonval (systemu) (Drehspulengalvan., galva. à cadre mobile)

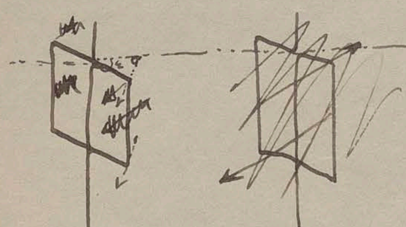
mierzą natężenie prądu według momentu obrotowego, ~~wykonanego na~~ doznanego przez zwój drutów ruchomo zawieszony w polu magnet., którego wielkość ~~a równoważy go skręcenie nitki zawieszenia~~ ~~[illegible]~~ a [illegible] skręcenie nitki zawieszenia



Wyobraźmy sobie zwój o kształcie prostokątnym zawieszony ~~w pozycji normalnej~~ tak że płaszczyzna jego zawiera linie siły (np. pionowo) w pozycji normalnej, a następnie wychylony z tej płaszczyzny o kąt ε magnet. Wtedy ~~[illegible]~~ część drutów a nie ~~[illegible]~~ doznają siły mechanicznej, zaś b_1 będzie wypychane ku nam, b_2 od nas odpychane, siłą (każdy) bHi; moment powstający $M = 2\,bHi\,\frac{a}{2}\,k\cos\varepsilon$ (gdzie k = ilość zwojów)

musi być równoważony przez moment skręcania nitki $= ab\,Hik\cos\varepsilon = \Theta\,\varepsilon$

~~[illegible] spowodujący skręcanie nitki zawieszenia i wychylenie płaszczyzny początkowej o kąt który przez~~ z czego wynika przybliżona proporcjonalność kąta skręcania ε do natężenia prądu i (dopóki ε jest kątem małym).



Obserwuje-(małe) wychylenie metodą zwierciadła i teleskopu można ~~się spodziewać~~ zwykle przyjąć ścisłą proporcjonalność; dla wielkich wychyleń najlepiej instrument empirycznie kalibrować.

~~(przy użyciu bardzo cienkiego drucika [illegible])~~ (zwiększając liczbę zwojów k), a równocześnie wzmacniając natężenie pola H, magnesów do systemu można osiągnąć bardzo wielką czułość (Edelmann instrum. 10^{10} .....

(trudności: wpływ drobnych śladów żelaza na drucikach lub na izolatorach)

Figura Edelmannowskiego Galva.

Korzyścią tych galvan. jest szybkie uśmierzanie wahań spowodowane prądami Foucaulta (patrz ~~[illegible]~~

Einthoven Saitengalvanometer

nawet łatwo można osiągnąć aperyodyczność) a przedewszystkiem niezależność od magnetyzmu ziemskiego (w przeciwstawieniu do galwanom. stz.), gdyż pole ziemskie jest znikająco słabe w porówn. z polami H tu zwykle używanemi.

*) Pierwszy pomysł tego rodzaju: Kelvina Syphon recorder ( ), używany do zapisywania ~~kablogra~~ prądów przesyłanych przez kable transatlantyckie podmorskie, dotychczas powszechnie używany?

*D.D'Arsonval

Jakie Amperomierzy i Voltmetry w praktyce używane?

Instrumentem tego samego rodzaju jest Weston Galvanometer, używany w praktyce jako bardzo wygodny i stosunkowo (bardzo?) dokładny Amperometr (zawieszenie sprężynowe).

---

1). Na tej samej zasadzie, ale z użyciem ~~[illegible]~~ poziomej osi obrotu możnaby skonstruować wagę elektromagnetyczną. Położmy ~~[illegible]~~ długości boków $a = 20$ cm, $b = 10$ cm, $k = 100$, $i = 1$ Amp. $= 0.1$

$H = 0.2$

jaki ciężar trzebaby ~~[illegible]~~ dołożyć na ramieniu b w celu zrównoważenia?

$mg = b\,H\,i\,k$

$m = 0.02$ g. Więc instrument taki nie byłby praktyczny z powodu małej czułości.

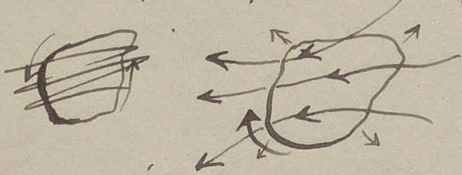
2). Wykonać rachunek analogiczny do pod założeniem zwojów kołowych

3). Pod założeniem zwojów o jakim bądź kształcie

wzór $M = F\,H\,i\,k \cos\varepsilon$

Rozważmy jeszcze siły

~~Powróćmy do obliczenia~~ siły (całej) ~~wypadkowej~~ działającej na ~~całej~~ przewodnik zamknięty w ~~[illegible]~~ danym polu magn. Wyobraźmy sobie że linie siły wpadają na tę



stronę przewodnika na której prąd zdaje się krążyć w kierunku wskazówki zegarka. Wtedy reguła (północny = południową stronę) dowodzi że (części) przewodnika, o ile mają swobodę ruchu, tak się będą poruszać żeby objąć jak największą ilość linij siły magnet. [Jeśli kierunek pola przeciwny to występuje dążenie do mini–]

~~Ale~~ Całkowitą siłę postępową f_a, działającą na przewód w kierunku danym (oznaczonym) przez wektor $\mathfrak{a}$ otrzymujemy przez dodanie wszystkich elementarnych sił składowych z ~~[illegible]~~ $(\mathfrak{a}\, df)$ (stk ~~[illegible]~~ na oś) kierunek przypadających. Zatem

$$f_a = \int i(\mathfrak{a}[\mathfrak{H}\, ds])$$, w czem wolno można przestawić

porządek operacyj $= i\int(ds[\mathfrak{a}\mathfrak{H}]) = i\int \mathfrak{H}[ds\,\mathfrak{a}]$

Powróćmy obecnie do ~~[illegible]~~ drugiej ~~[illegible]~~ kwestyi poruszonej w § --- do oznaczenia sił przez przewodnik wywieranych na magnesy. ~~[illegible]~~ Zdaje się rzeczą najnaturalniejszą przypuścić (według zasady działania i oddziaływania) że będzie siła ~~[illegible]~~ wywierana przez każdy element ds równa a przeciwna sile którą on biegun ~~[illegible]~~ na biegun ~~[illegible]~~ r

~~R~~ na oś element ds wywiera, to jest ~~zatem~~, ponieważ ~~R~~ $\mathfrak{H} = \frac{m}{r^2}\mathfrak{r}_0$

$$- im\left[\frac{\mathfrak{r}_0\, ds}{r^2}\right]$$

Siłę wywieraną na jednostkę magnetyzmu północnego jest tem co nazywamy po prostu siłą magnetyczną. Zatem powiemy: element ds wywiera (w punkcie P) siłę magnetyczną

8

$dS = -i\left[\frac{r_0\, ds}{r^2}\right]$

t. j. siłę prostopadłą do kierunku elementu i do kierunku promienia wodzącego,

~~posiadającą~~ o wielkości bezwzględnej: $\frac{i\, ds \sin rs}{r^2}$

~~Zatem~~ Do określenia kierunku jej można albo użyć reguły palców odpowiednio zmienionej

albo np. reguły Ampère'a: siła w punkcie P ma kierunek lewej ręki figury ludzkiej płynącej

w przewodniku wraz z prądem a patrzącej ~~ku stronie~~ w stronę punktu P.

Prawo właśnie co wyłuszczone nazywamy elementarnem prawem Biot Savarta.

Wywód nasz nie jest jednak ścisłym dowodem apriorycznym; ~~gdyż nie mogąc izolować pojedynczych sił elementarnych takie dowodzenie nie możemy~~ to co jedynie obserwować można

działanie prądu zamkniętego na magnes z niem się zgadza, ~~...~~

Siły elementarne nie potrzebują się zgadzać z zasadą działania i oddziaływania, dzięki tylko

niejasności pewne tkwi zatem w samem pojęciu sił elementarnych, ale mimo to jest to pojęcie użyteczne, gdyż

~~potrzebne nam~~ służy ono tylko do obliczenia sił wypadkowych ~~i te~~ a do wyników tych owe wątpliwości się nie stosują.

Resultaty na tej podstawie otrzymane dla przewodów zamkniętych ~~sprawdzono~~ zostały też sprawdzone

doświadczalnie nawet ze znacznie większą dokładnością niż prawo elementarne p....

Doświadczenia fundamentalne, które doprowadziły Biot Sav— i Ampère'a (1820) zaś do tego wzoru,

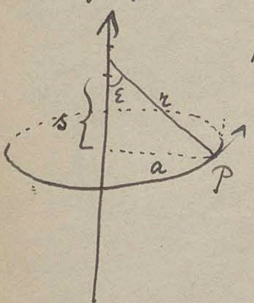
odnosiły się do siły wywieranej przez bardzo długi przewodnik prostolinijny na igłę

magnetyczną. ~~...~~ Natężenie siły mierzyli obserwując okres wahań igły (patrz...)

~~...~~ z czego otrzymali wzór dla siły $H = \frac{2i}{a}$ gdzie a =

~~największej odstęp~~ odległości od drutu.

Używając wzoru (   ) widzimy, że wszystkie „siły elementarne" (działające na punkt P) mają ten sam kierunek (prostopadły do płaszczyzny przechodzącej przez punkt ~~danej~~ P i drut); ~~wypadkowa~~ siłę wypadkową otrzymamy zatem przez sumację bezwzględnych wartości:



$$H = 2i\int_{r=a}^{\infty} \frac{ds \sin\varepsilon}{r^2}$$ czyli wprowadzając: $s = a \operatorname{ctg}\varepsilon$

$$ds = -\frac{a\,d\varepsilon}{\sin^2\varepsilon}$$

$$r = \frac{a}{\sin\varepsilon}$$

$$= -\frac{2i}{a}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin\varepsilon\, d\varepsilon = \frac{2i}{a}$$

zgodnie z wynikiem doświadczalnym.

Linie sił mag. są zatem kołami ~~współśrodkowemi~~ wykreślonemi koło ρ jako osi.

Różnica zasadnicza takiego rodzaju sił a sił elektrostat. i mag. ~~polega na~~ tem (występuje) że są to krzywe zamknięte (podczas gdy tam

nie może tu zatem istnieć potencyał skalarny jednowartościowy.

~~Istotnie~~ Obliczając pracę wykonaną przy przesunięciu punktu P jednostki magnetycznej przez rozłożenie siły w składowe w kierunku a, s, i prostopadły, z których dwie pierwsze są zero

$$P_1^2 = \int (H_a\, da + H_s\, ds + H\, a\, d\varphi) = \int H a\, d\varphi = 2i\int d\varphi = 2i(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$2i\varphi$$

~~Jeśli zatem punkt~~ (jednostka mag.) ~~powrócimy do pierwotnego położenia P po okrążeniu zupełnem przewodnika, praca~~ Dopóki zatem (nie zakreślimy drogi okrążającej) przewodnika ρ ~~[illegible]~~ wartość pracy ~~będzie~~ stanie się zawsze zero gdy powrócimy do pierwotnego punktu P, gdzie wtedy φ=0.

Tak daleco zatem praca będzie niezależna od kształtu drogi, tylko funkcją określoną położenia punktu do którego się przesunęliśmy, z czego analogicznie jak w . . wnioskujemy, że ΔP należące do danego przesunięcia Δs jest wielkością określoną.

mianowicie $= H_s \cdot \Delta s$ $\qquad f = -\nabla \mathfrak{U}$

zatem $H_s = \frac{\partial P}{\partial s}$ czyli że istnieje potencjał $U = -P$, którego ujemna pochodna cząstkowa w kierunku s równa się sile ~~tej~~ w ów kierunek przypadającej.

Jeżeli zaś okrążymy przewodnik, to kąt φ będzie wynosić $\pm 2\pi$, zatem praca połączona z ~~jednego~~ jednego okrążenia ~~wyn~~ $\pm 4\pi i$ (~~[illegible]~~ $\pm$ zależnie od kierunku

~~[illegible]~~ Ogólnie zatem praca P będzie: $2i\varphi \pm 4\pi i k$

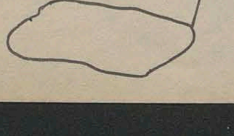
Ponieważ stała $4\pi i k$ przy różniczkowaniu nie wchodzi w rachubę, możemy taksamo jak przedtem (ujemnej wartości tej pracy użyć jako potencjału do obliczenia sił.

Jest to zatem potencjał (wielowartościowy, a mianowicie) periodyczny o periodzie $4\pi i$.

Zauważymy jednak już na tem miejscu, że we wnętrzu drutu (i wogóle wszędzie przez które prąd przepływa) nie ma wcale takiego potencjału, (z którego by przez różniczkowanie w danym kierunku można otrzymać siłę odpowiednią), gdyż tam wartość pracy dla każdej krzywej zamkniętej jest inna. Istnieje jednak wszędzie pot. wekt.

Przejdziemy do odpowiednich rozważań dla jakichbądź przewodników zamkniętych.

Aby znaleźć siłę (składową w kierunku X) (przez cały przewodnik wywieraną) na punkt P, musimy rozłożyć przewodnik na elementy, każdą siłę elementarną (działającą (w kierunku t) prostopadłą do r, ds) pomnożyć przez cos tx i dodać te wszystkie składniki



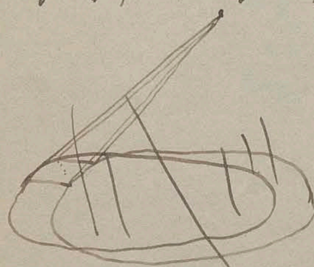
Tak otrzymamy zatem $H_x = \sum \frac{i \Delta s \sin rs \cos tx}{r^2}$ ‖ $= i \sum \left(i \frac{[d\delta v_0]}{r^2} \right)$

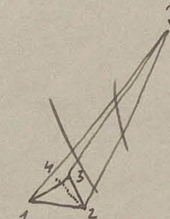
jeśli to równanie pomnożymy przez Δx, otrzymamy pracę elementarną przy przesunięciu $= i \sum \frac{(d\varphi [d\delta v])}{r^3}$

~~w kierunku~~ o Δx wykonaną; prawą stronę można otrzymać przekształcić, zważywszy

że $r \Delta s \sin rs$ ~~[illegible]~~ jest (podwójną) powierzchnią trójkąta $r\Delta s$, a $\Delta x \cos tx$ jest wysokością

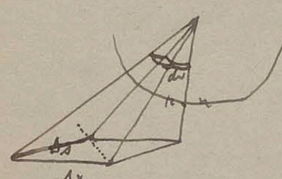
długości prostopadłej (mającej kierunek $t \perp r \Delta s$) 2,4, a zatem





$$r \Delta s \sin rs \, \Delta x \cos tx = 3 \Delta v$$

gdzie Δv określa element objętości kształtu ostrosłupa czworościennego 1234 P.

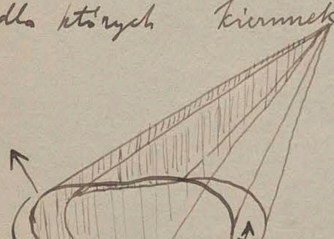


~~który~~ Z drugiej strony Δv także wyrazić można zapomocą t. zw. kąta stożkowego czyli kąta widzenia $d\omega$ t. j. powierzchni wyciętej przez ów stożek z kuli (której) koło punktu P z promieniem równym jedności

mianowicie $\Delta v = \frac{r^3 \Delta \omega}{3}$ (ponieważ wysokość ostrosłupa $= r$, ~~podstawa prostopadła~~ przekrój normalny wykreślony $= r^2 \Delta\omega$)

Otrzymujemy zatem $H_x \Delta x = i \sum \Delta \omega$. W sumacji tej jednak te elementy (wzdłuż ~~tego~~ przewodnika),

dla których kierunek t (określony według reguły str.) ~~z osią~~ z osią X



tworzy kąt większy od $\frac{\pi}{2}$, a mniejszy o $\frac{3\pi}{2}$, występują ze znakiem ujemnym. W całości ~~[illegible]~~ (można zatem to samo wyrazić $\sum \Delta\omega$ (jako różnicę (dwóch) kątów (stożkowych) ~~[illegible]~~ ω, pod którymi się przedstawia cała powierzchnia przewodnika

(oddalonego) z punktu P po przesunięciu o Δx a przed przesunięciem.

Zamiast przesuwać przewodnik względem punktu P, możemy też punkt P przesunąć ~~o[...]~~ o $-\Delta x$ względem przewodnika nieruchomego.

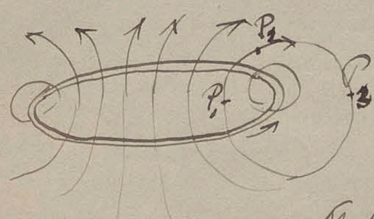
Oznaczając zatem kąt ~~stoż~~ bryłowy pod którym się przedstawia powierzchnia przewodnika widziana z punktu P (o współrzędnych x y z) ~~[...]~~ znakiem ~~[...]~~ $\omega(x, y, z)$

otrzymamy zatem:

$$H_x \Delta x = i[\omega(x, y, z) - \omega(x+\Delta x, y, z)]$$

czyli $H_x = -i\frac{\partial \omega}{\partial x}$

Kierunek x był tutaj zupełnie dowolny, zatem ~~istotnie~~ można ogólnie siłę magn. wywieraną w danym kierunku przez przewodn. na punkt P wyrazić jako ujemną pochodną potencyału skalarnego, (mianowicie) (a) potencyał ~~ten~~ ~~([...])~~ który się równa ~~się~~ kątowi widzenia ω, (Zgodnie z założeniami tych wywodów trzeba przy tem liczyć ω z znakiem dodatnim dla punktów położonych jak P, to jest tak, żeby prąd z nich widziany przebiegał w kierunku przeciwnym wskazówce zegarka.) pomnoż. przez natężenie prądu.) Można wykreślić powierzchnie równego potencyału (ω = const), a linie siły będą tworzyć system krzywych zamkniętych (do nich prostopadłych.



~~Z~~ Linie siły widocznie(?) będą wszystkie krzywemi zamkniętemi.

Rozważmy n.p. ~~[...]~~ wykład. sił ~~[...]~~ w otoczeniu przewodnika kształtu obręczy

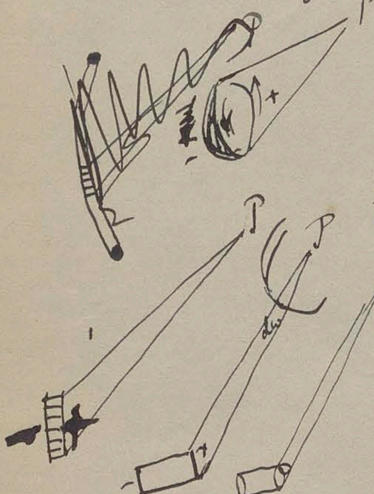
~~Znaki odtąd [...] [...] wszędzie przy ... mówi, uważamy [...].)~~

W punkcie P_1 kąt widzenia (półkula) $U = 2i\frac{\pi}{2}$ ~~[...]~~ $U_2 = 2i\frac{\pi}{2}$ (Posuwając się w kierunku siły do P_2 wykonujemy pracę dodatnią, potencyał spada do $U_3 = 0$; przechodząc na drugą stronę wchodzimy w obszar ujemnych ω; ~~[...]~~ $U_4 = -\frac{i\pi}{2}$; ~~[...] $-2i\pi$~~ i dochodzimy do pierwotnej pozycyi z wartością $U_5 = -2i\pi$, praca wykonana przy obiegnięciu jednorazowem przewodnika (w tem

sposób że te krzywe się łączą … jest ~~zatem~~ ogólnie 4πi, jak w szczególnym przypadku, który wydzieliśmy.

~~Magnetyczne działanie prądu objaśnia się przez~~

~~Do~~ Wiele wyjaśnienia rozkładu sił mag.) w otoczeniu przewodnika, można często z korzyścią użyć twierdzenia udowodnionego przez Ampère'a: że przewodnik zamknięty, przez ~~[illegible]~~ płynie prąd, ~~tego wyglądem jest równoważny~~ takie same siły wywiera jak podwójna warstwa magnetyczna która (oś przewodnika ma za brzeg) o natężeniu J, której brzeg jest utworzony przez oś przewodnika.



Udowodnimy to twierdzenie w następujący sposób:

~~Wyobraźmy sobie z owej warstwy mag. wycięty element o powierzchni dF i przetnijmy płaszczyznę wyznaczoną przetnijmy go płaszczyzną zawierającą normalną i punkt P, dla którego w którym warstwa potencjał oznaczamy zwolnić.~~

Rozdzielmy warstwę w ~~[illegible]~~ elementarne włókna magnetyczne, normalne, o przekrojach dF tak małych że można je nawet za małe uważać w porównaniu z grubością δ warstwy.

Wtedy potencjał δU, pochodzący od jednego takiego włókna, będzie

$$dU = 6\, dF\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$$

co pod założeniem, że odległość punktu P jest duża w porównaniu z grubością warstwy δ, można rozwinąć:

$$dU = -6\, dF\, \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial n}\, \lambda$$

gdzie $\lim \dfrac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}}{\lambda} = \dfrac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)$

$$= \frac{6\lambda}{r^2}\, dF \cos(nr)$$

Zważywszy, że $dF\cos(nr)$ jest przekrojem normalnym stożka elementarnego

Worstwa negus jut:

Zważywszy, że przekrój normalny stożka elementarnego, pod którym się widzi dF z punktu P, - w odległości ~~1~~ od punktu P wynosi dω, a w odległości r od punktu P: $r^2 d\omega = dF \cos\nu$

otrzymujemy $dU = \sigma\lambda\, d\omega$, więc $U = \int \sigma\lambda\, d\omega$, co będzie równe $i\omega$,

jeśli „natężenie" (moc?) podw. warstwy magn. (tj. moment na len²) tj. $\sigma\lambda = i$.

Kształt owej warstwy magn., która może zastąpić prąd elektr., jest zupełnie obojętny, tylko brzeg jej jest dany. ~~[illegible]~~ Znak magnetyczny ~~[illegible]~~ rozpostartego określić można regułą, że tarczą zegarka, po której obwodzie krąży prąd ~~[illegible]~~ zgodnie z ruchem skazówki, jest południowo magnetyczna, strona odwrotna północno magn. ~~[illegible]~~

~~[illegible] ... że magnes elementarny~~

Zamiast mas magnetycznych± można by sobie też wyobrazić warstwę źródeł i wpływów elementarnych, wtedy linie prądu odpowiadałyby liniom siły magnet.

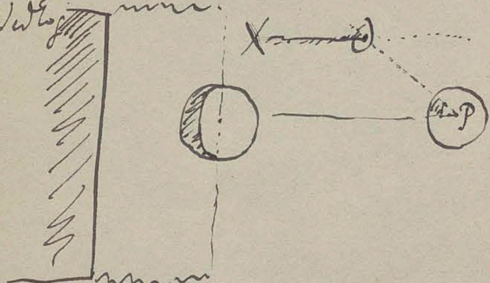
~~[illegible]~~ Różnica zasadnicza występuje w obu przypadkach w rozkładzie potencjału i sił wewnątrz warstwy samej (Wpływ poprzedni tylko różny dla ~~[illegible]~~ r dużego w porówn. z λ!), gdyż potencjał warstwy podw. magn. ~~[illegible]~~ nie jest przeważnie jednowartościowy, ale w zastosowaniach powyższej ~~[illegible]~~ zasady jest to zwykle obojętnem, gdyż położenie warstwy jest do pewnego stopnia nieokreślone, więc można je zawsze tak obrać, żeby nie ~~[illegible]~~ przechodziła przez punkt, dla którego siły lub potencjał oznaczamy.

Taki odwrotnie idą na przewodnik działając skutek obecności magnetyzmu!

Do obliczenia sił elektromagn. można zatem użyć albo ( ) albo ( ).

1). Siły w otoczeniu ~~[illegible]~~ prostego przewodnika nieskończ. długiego ~~[illegible]~~ już obliczyliśmy według

Według



Zdaje się że nie można zastosować potencjału U gdyż przewodnik nie jest zamknięty. Można go sobie jednak wyobrazić zamkniętym gdzieś będzie w ∞ odległości (n. p. za pomocą półkola o ∞ promieniu w płaszczyźnie XY, gdzie siły pochodzące od owych części nieskończ. oddalonych są znikająco małe. Zatem jako ω weźmiemy dwukąt sferyczny wycięty z kuli jednostk. przez płaszczyznę XY i płaszczyznę przechodzącą przez drut i przez P. Oznaczając kąt między temi płaszczyznami ~~[illegible]~~ φ:

$$\omega : 4\pi = \varphi : 2\pi$$

czyli $U = i\omega = 2i\varphi = 2i \operatorname{arctg} \frac{z}{x}$ ~~Z tego wynika~~

Z tego łatwo obliczyć siły X, Y i wypadkową H, zgodnie z ...

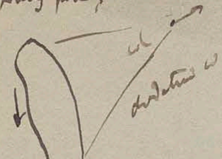
2). Przewodnik kołowy

$$W = i(n_1\omega_1 + n_2\omega_2 + \cdots) = \frac{i}{[\text{illegible}]}\left[\int f_{1n}\, dS + \int f_{2n}\, dS + \cdots\right] = \frac{i}{[\text{illegible}]}\left(\int F_n\, dS\right)$$

$$n_1 \int \frac{dS}{[\text{illegible}]^2} \cos\theta$$

Związek elektrycznych i magnetycznych. wspólny potencyał

Siły z wzoru ( ) otrzymać ~~w odmienny sposób~~ siły wywierane na masy
~~Wzór U = i ω można też interpretować zwyczajny że~~
magnetyczne w energetycznej zgodnie z P trzebaby użyć w krótkiej wartości U:
~~Zwyczajny wzór~~ ~~przez masy magnetyczne~~
Otrzymujemy tak energię masy w względu przewodu



$W = n i \omega$

[Energia = praca wykonana przez ...
Potencyał = energja masy n=1 w danem położeniu]

wyrażenie to można w odmienny sposób interpretować zwyczajny, że ~~[illegible]~~ ω oraz według ( ) ilość 4πn linij sił z masy n wykreślonej równomiernie na wszystkie strony) właśnie nω ~~[illegible]~~ zawartych w kącie stożkowym ω który będzie przechodził przez płaszczyznę przewodnika.

Tak samo energja przewodnika względem większej ilości mas magnetycznych w punktach $P_1, P_2 \dots$ będzie

$$W = n_1 \omega_1 i + n_2 \omega_2 i + \dots) = i (n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + \dots) = i \mathfrak{F}$$ ~~$i \int df H_n$~~

gdzie $\mathfrak{F}$ przedstawia całkowitą ~~liczbę~~ ilość linij sił przez dane masy magnet. wytworzonych, ~~i przez~~ które przewodnik obejmuje. (Przechodząc po geometrycznej sumie; to wszystko jedno)
Zwyczajny że ~~[illegible]~~ ilość linij sił otrzymać może ~~[illegible]~~ do przybliżenia wielkości siły, możemy to wyrażenie także napisać w formie $W = i \int df H_n$ etc.

Ogólnie zatem energja przewodnika w danem polu magnetycznem równa się i × ilość linij sił objętych przez przewodnik. [Oprócz linij sił pola zewnętrznego trzebaby także owe uwzględnić ~~[illegible]~~ które pochodzą od przewodnika samego, ~~takiej energji~~ dają powód do t.zw. zjawisk samoindukcyi etc... ~~[illegible]~~, ale takiej energii nie odgrywa żadnej roli dopóki prąd jest ~~[illegible]~~ stały gdyż stałą jest niezmienną, tylko gdy prąd jest zmienny]

Wyrażając W jako funkcyę spółrzędnych zmiennych $(x, y, z, \alpha, \beta \dots)$ cechujących położenie względem przewodnika i mas magnet. można otrzymać siły mechaniczne działające na przewodnik według $X = -\frac{\partial W}{\partial x}$ itd. Tak można też powrócić do ~~[illegible]~~ wzoru pierwotnego etc.

lub też na magnes

Wynik ten jeszcze się upraszcza w razie jeśli mamy do czynienia z [jednorodnem] ~~polem magnetycznem~~ ~~stałym~~ prądem okrążającym ~~bardzo mały~~ element powierzchni df, tak mały że można go uważać za płaski, a siłę H w jego obrębie za wielkość stałą: $W = i\,df\,H_n = i\,df\,H\cos(n\,H)$

$= i\,df$

Porównując to z wzorem p.   widzimy, że taki przewodnik tak samo się zachowuje w polu magnetycznem jak [mały] magnes elementarny o momencie i df, którego oś ~~jest prostopadła~~ ~~do~~ ma kierunek normalny do powierzchni. ~~Wynika to oczywiście także bezpośrednio z zasady~~ Dowodzi to że ~~zastępowanie~~ takiego prądu (można zastąpić) przez podw.-warstwę magnet. o momencie i df, (p.   ) ~~jeśli się~~ nie tylko ze względu na jego działanie ale też na oddziaływanie nań pola magn., co także bezpośrednio można było

Skrócenia

$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + \ldots$

$\nabla U \qquad \nabla^2 = \sout{\ldots} \; (\nabla\nabla) = \ldots$

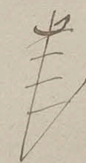
$(\nabla v) = \mathrm{div} =$

$\mathrm{curl}\, \nabla = 0$

$[\nabla v] = \mathrm{curl}$

$\mathrm{div}\, \mathrm{curl} = 0$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$$



$v = u_0 + V\bar{u}r$

$$\mathrm{curl}\, v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ y & z \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} u_3 & u_1 \\ z & x \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ x & y \end{vmatrix} \end{vmatrix} = i(u_1 + u_1) + j\, 2u_2 + k\, 2u_3 = 2\bar{u}$$

$$\varphi = -i \int \left[\frac{v_0\, ds}{r^2} \right] = -i \int \left[\nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds \right]$$

$= \mathrm{curl}\, \mathfrak{A} \qquad \mathfrak{A} = \int i \frac{ds}{r}$

$\mathrm{curl} \int \sout{A} \frac{ds}{r} = \int \nabla \left(\frac{1}{r} \right) ds$

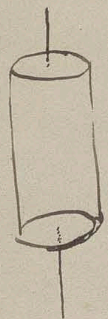
$\mathrm{curl}^2 \mathfrak{A} = \nabla\, \mathrm{div}\, \mathfrak{A} - \nabla^2 \mathfrak{A} =$

Kiedy $\nabla U = \mathrm{curl}\, \mathfrak{A}$

$\mathrm{curl}\, \nabla U = \mathrm{curl}^2 \mathfrak{A} = 0 = \nabla\, \mathrm{div}\, \mathfrak{A} - \nabla^2 \mathfrak{A} = 0$

$\nabla^2 U = \sout{\ldots}\mathrm{curl}\, \mathfrak{A} = 0$

więc w określonych punktach



$$2\pi r F_e = 4\pi \frac{\mu}{\ } = a^2\pi\rho \qquad 2\pi r F_i = r^2\pi\rho$$

$$F_e = \frac{a^2\rho}{2r} \qquad F_i = \frac{r\rho}{2}$$

$$= -\frac{\partial U_e}{\partial r} \qquad = -\frac{\partial U_i}{\partial r}$$

$$U_e = -4\pi\frac{a^2\rho}{2}\log r \qquad U_i = -\pi\rho\frac{r^2}{4} + c$$

$$= -\frac{\rho(r^2-a^2)}{4} + \frac{a^2\rho}{2}\log a$$

$$S_e = -\frac{a^2 v}{2}\log r \ -$$

$$S_i = -\frac{v r^2}{4} + c = -\frac{v}{4}(x^2+z^2)$$

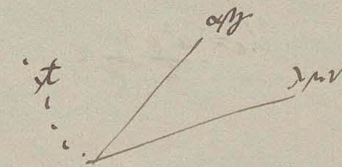
$$\left.\begin{aligned} X &= -\frac{\partial S}{\partial z} \\ Y &= 0 \\ Z &= \frac{\partial S}{\partial x} \end{aligned}\right\}$$

	i	e
X	$= -\frac{v}{2} z \cdot 4\pi$	$-\frac{va^2}{2}\frac{1}{r}\frac{z}{r}$
Z	$= \frac{v}{2} x\, 4\pi$	$\frac{va^2}{2}\frac{1}{r}\frac{x}{r}$
F	$F = \frac{v}{2} r \cdot 4\pi$	$\frac{va^2}{2}\frac{1}{r}\cdot 4\pi$
	$= 2\pi r v$	$\frac{2a^2\pi v}{r} = \frac{2i}{r}$
	$= \frac{2ir}{a^2}$	

$$\int F\,dx + G\,dy + H\,dz = \int \left(F_0 + \frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{\partial F}{\partial y} y + \frac{\partial F}{\partial z} z\right) dx + \dots$$

$$\Sigma \left(F_0 x + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 \frac{x^2}{2} + \frac{\partial F}{\partial y}\int y\,dx + \frac{\partial F}{\partial z}\int z\,dx\right)\Big|$$

$$= \Sigma' \left[\frac{\partial F}{\partial y}\left(-dS \cos nz\right) + \frac{\partial F}{\partial z}\left(dS \cos ny\right)\right] + \dots$$



$$X = i\left[\frac{\cos rz}{r^2}\cos sy - \frac{\cos ry \cos sz}{r^2}\right] ds$$

$$\frac{i\,ds}{r^2} \sin\varepsilon \cos tx$$

$$\cos tx = \frac{\cos rz \cos sy - \cos ry \cos sz}{\sin\varepsilon}$$

$$= \frac{\cos\gamma\cos\mu - \cos\beta\cos\nu}{\sin\varepsilon}$$

cos

Potencjał wektorowy

W § uzasadniliśmy przyjęcie sił elementarnych przez prądu elementy wydzielonych:

$$d\mathfrak{H} = - i\left[\frac{v_0\, ds}{r^2}\right]$$ czyli w spółrzędnych prostokątnych:

$$dX = i\left[\frac{\cos rz}{r^2}\,dy - \frac{\cos ry}{r^2}\,dz\right] = i\,\frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial y}\,dz - \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\,dy$$

$dY =$

$dZ =$

Siły całkowite X, Y, Z, które wynikają z sumacji podobnych wyrażeń według długości, można zatem wyrazić w formie:

$X = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}$ gdzie $F = \int i\frac{dx}{r} = \int i\frac{ds\cos sx}{r}$

$Y =$ $G =$

$Z =$ $H =$

lub w symbolice wektorowej:

$\mathfrak{H} = \operatorname{curl}\mathfrak{A}$ $\mathfrak{A} = \int \frac{i\, ds}{r}$

Funkcja $\mathfrak{A}$ ma budowę analogiczną do budowy potencjału skalarnego st. U; z niego też przez różniczkowanie (ale operacją curl zamiast ∇) otrzymuje się siłę; dla tego, zważywszy równocześnie, że jest to wielkość o trzech składowych, wektorowa, nazywamy ją: potencjałem wektorowym. Do obliczeń praktycznych ten potencjał $\mathfrak{A}$ mniej się nadaje od U, gdyż potrzeba obrachować jego trzy składowe, ale w porównaniu z U tę ma wyższość, że może być także użytym we wnętrzu przewodników (przest. trójwymiarowych). Wtedy rozkłada się przewodnik na włókna prądu $J = \sigma q$ gdzie q = przekrój włókna, σ gęstość prądu, co ze względu na $q\,ds = dv = dx\,dy\,dz$ daje

$F = \int \frac{u}{r}\,dx\,dy\,dz$; itd. gdzie $u\, v\, w$ = składowe gęstości prądu elektr..

$\mathfrak{A} = \int \frac{\mathfrak{J}\,dv}{r}$

Jako przykład obliczymy potencjał wektorowy w otoczeniu i we wnętrzu drutu walcowatego w kierunku osi Y ~~nieskończonego~~. ~~Jest~~ Rachunek da się wykonać bardzo łatwo zważywszy że $F = H = 0$

a $G = v \int \frac{dx\,dy\,dz}{r}$ ~~jest~~ oblicza się tak samo jak zwykły potencjał skalarny

walca masywnego ~~Nie~~ Powołując się na i na $J = r_1^2 \pi v$, otrzymujemy:

dla punktów ~~wewnętrznych~~ wewnętrznych: $G = -\pi v (x^2 + z^2)$

~~zewnętrznych~~ zewnętrznych: $G = -2\pi v a^2 \lg \sqrt{x^2 + z^2}$

Z pierwszego wyrażenia wynikają prawa Biot Savarta (składowe X Z (siła wewnątrz drutu)), z drugiego zaś otrzymuje się wynik że siły wewnątrz drutu są

$$X = -2\pi v z \qquad \Big| \; -2a^2 \pi v \frac{z}{r^2}$$

$$Z = 2\pi v x \qquad \Big| \; 2a^2 \pi v \frac{x}{r^2}$$

to znaczy że tworzą siłę wypadkową o natężeniu $H = \frac{2ir}{a^2}$ (lub $\frac{2i}{r}$) działającą prostopadle do r.

To samo wnioskować można z wartości pracy wykonanej przy jednorazowym okrążeniu po kole r, mianowicie $2\pi r H$, która według równać się musi

~~$\frac{a^2}{...}$~~ $\frac{r^2 \pi}{a^2 \pi} J$, z czego $H = \ldots$

Elektrodynamika. ~~Oznaczmy przez [illegible] pole magnetyczne, a w [illegible] pole magnetycznego przewodnika~~ Siły, których doznają przewodniki ~~w [illegible]~~ w bliskości innych przewodników przez prąd określonych, można obliczyć na podstawie dotychczas ~~[illegible]~~ już wyprowadzonych wzorów, pod założeniem, że siła przez ~~[illegible]~~ przewodnik w danem polu ~~magnetycznem~~ doznana ~~[illegible]~~ zależy tylko od rozkładu linij siły, niezależnie (od tego czy ~~[illegible]~~ pochodzą) od magnesów stałych czy od innych prądów galw. Słuszności tej (Zasady ~~[illegible]~~ dowodzi zgodność tak obliczonych sił z doświadczeniami zmierzonemi [illegible].

Energia W ~~[illegible]~~ przewodnika okrążonego prądem i, a znajdującego się w polu magn. ~~tylko~~ jest określona równaniem ( ) $W = i\int H_n\, df$

które ~~[illegible]~~ (przez wprowadzenie ~~[illegible]~~ potencjału wektorowego $H =$ w razie siły H pochodzącej od prądu i_1 przekształcimy)

Otrzymujemy $W = i_1\int df\,(N\ \mathrm{curl}\ \mathfrak{A}) = i\int\left[\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)\cos nx + \dots\right]df$

co przez zastosowanie twierdzenia Stokesa przechodzi w

$$W = i_1\int (F\,dx + G\,dy + H\,dz)$$

czyli podstawiając definicyę $F\,G\,H$ $\left(= i_2\int\frac{dx'}{r}\right)$: $W = i_1 i_2\int\frac{dx\,dx' + dy\,dy' + dz\,dz'}{r}$

$$= i_1 i_2\int\frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r}$$

ponieważ ~~[illegible]~~ $\frac{dx}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \dots = \cos\varepsilon$

gdzie ~~[illegible]~~ ε = kąt między kierunkami elementów $ds\ ds'$

~~Energia wzajemna przewodnika prądu i w polu magnetycznem prądu i' jest zat. iloczynem z natężenia $i\,i'$ i [illegible] owej całki która jest [illegible] zależną~~

~~[illegible]~~ Wyrażenie to symetryczne jest względem obu przewodników ~~[illegible]~~ w indeksach 1, 2 ponieważ energia prądu 1 względem 2 musi ~~[illegible]~~ być oczywiście ta sama co energia prądu 2 względem 1,

gdyż może ona zależeć tylko od względnej ich pozycyi. Całkę ową, która będzie funkcyą kształtu i położenia przewodników, nazywamy współczynnikiem wzajemnej indukcyi M. Wracając do wzoru $W = \dots$ widzimy zatem że ilość linij siły wytworzonej prądem 2, a przechodzących przez powierzchnię 1 wynosi $i_2 M$

~~[illegible]~~ ilość linij sił wytworzonych prądem 1, a przechodzących przez 2 . $i_1 M$.

Należy jednak jeszcze uwzględnić (linie siły wytworzone przez własny przewodnik (str. ...)

Można to sprowadzić za poprzednim rozważaniem w następujący sposób: wyobraźmy sobie że prąd i_1 wytwarzamy przez superpozycyę drobnych składowych prądów (krążących po tym samym przewodniku) (krążących po włóknach elementarnych w które drut można sobie wyobrazić rozdzielony, albo lepiej:); niech ~~[illegible]~~

energia odpowiadająca natężeniu i będzie W, wtedy przyrost energii pochodzący z dodania prądu składowego di będzie według ( ) $dW = i\,di\int\frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r}$ gdzie ds ds' odnoszą się do ~~[illegible]~~ tego samego przewodnika (Ściśle biorąc należałoby dodać jeszcze wyrażenie zawierające di^2, ale to pominąć możemy w porównaniu z $i\,di$)

Wyznaczymy zatem przez całkowanie: $W = \frac{i^2}{2}\int\frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r}$

Całki tego rodzaju, ~~[illegible]~~ wyrażające dwukrotne całkowanie wzdłuż tego samego przewodnika nazywamy współczynnikami samoindukcyi (Selbstinduktion) i oznaczamy w krótkości znakiem L. ~~[illegible]~~ Czynnik $\frac{1}{2}$ powstaje tutaj w analogiczny sposób jak w energii elektrost. p....

~~[illegible]~~ Całkowita elektromagnetyczna energia dwóch przewodników będzie zatem:

$$W = \frac{i_1^2}{2}L_1 + i_1 i_2 M + \frac{i_2^2}{2}L_2$$

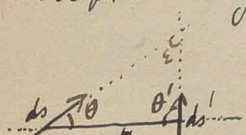
Wyrażenie to (może) posłużyć do obliczenia sił powstających między przewodnikami, podobnie jak w analogicznym wypadku elektrostatyki (str.   ): ponieważ praca przy przesunięciu elementarnem δx musi się równać stracie [illegible] : $F_x \delta x = \delta W$

~~[illegible]~~ Ponieważ spółczynniki L M ~~[illegible]~~ zależą (tylko) od spółrzędnych, ~~[illegible]~~ mamy ogólnie: siła w kierunku spółrzędnej q:

$$F_q = -\frac{\partial W}{\partial q} = -\left(\frac{i_1^2}{2}\frac{\partial L_1}{\partial q} + i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial q} + \frac{i_2^2}{2}\frac{\partial L_2}{\partial q}\right)$$

Inne sposoby obliczenia sił (mechanicznych) polegają na zastąpieniu ~~[illegible]~~ przewodników w ~~[illegible]~~ warstwami magnetycznemi lub na użyciu elementarnego prawa działania w połączeniu z prawem [illegible]; ostatni ten sposób ~~[illegible]~~ zwykle najlepiej służy do uzmysłowienia sił powstających.

W dawnych teoryach elektrodynamiki wielką rolę odgrywały też usiłowania do sprowadzenia wszystkich zjawisk tej klasy na siły elementarne, działające między ~~[illegible]~~ poszczególnymi elementami obu przewodników. ~~[illegible]~~ Jako przykład wymienić należy przedewszystkiem dawne prawo Ampère'a (1821), według którego ~~[illegible]~~ dwa elementy ds ds' ~~[illegible]~~ o prądzie i i' (działają na siebie odpychającą siłą) ~~[illegible]~~



$$F = -\frac{i i' \, ds \, ds'}{r^2}\left(2\cos\varepsilon + 3\cos\theta\cos\theta'\right)$$

gdzie θ, θ' oznaczają kąty zawarte między kierunkami ds ds' i kierunkiem promienia wodzącego r (patrz fig.)

Na podstawie takiego prawa elementarnego istotnie można wyprowadzić te same wzory ~~[illegible]~~ (jakie) powyżej otrzymaliśmy dla (wzajemnego) oddziaływania (mechanicznego) prądów zamkniętych

(patrz np.

Weber 1846 dział... 1848 [illegible] Stefan [illegible]

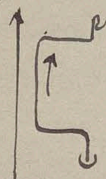
Ale do takich samych wyników można także dojść pod przyjęciem innych praw działania elementarnego n.p. prawa Grassmanna, według którego siła byłaby
Patrz Neumann p. 108

$f = \frac{i i' ds ds'}{2 r^2}$ por ( ) ; ( ). Skonstruowanie prawa elementarnego jest zatem zadaniem nieokreślonem (por tak samo jak). Badania Stefana (1869) objaśniły jakie najogólniejsze pod tym względem można uczynić hipotezy. Obecnie jednak zaniechano tych poszukiwań za prostem prawem elementarnem i to z następujących powodów: (a) jak wspomnieliśmy, zadanie jest w wysokim stopniu nieokreślone, (b) obliczenie tym sposobem sił całkowitych jest więcej skomplikowane niż na podstawie równań (c) samo pojęcie takiego prawa elementarnego jest ~~[illegible]~~ związane z pojęciem obecnie zarzuconem actionis in distans; żadne prawo tego rodzaju nie może być ścisłe ogólnie prawdziwem, gdyż wiemy obecnie że siły elektryczne nie działają natychmiastowo, lecz rozchodzą się w przestrzeni z określoną prędkością; tak n.p. dla prądów zmiennych siła elementarna nie mogłaby zależeć tylko od chwilowego natężenia prądów i, i' w odległych punkt ds, lecz także od ~~[illegible]~~ poprzedniego rozkładu prądu.

Także liczne doświadczenia (nad przewodnikami ruchomymi) przez Ampera wymyślone w celu poparcia swego prawa nie są dla dowodem, gdyż nie można dwóch pojedyńczych elementów prądu usunąć z pod równoczesnego wpływu reszty przewodnika, a zjawiska obserwowane tłomaczą się w prosty sposób zasadą p. że przewodnik tak się porusza ażeby objął jak najwięcej linij sił (wpadających na stronę południową).

W ten sposób tłomaczy się w prosty sposób: a). przyciąganie się prądów prostolinijnych równoległych i równobieżnych, odpychanie przeciwbieżnych, co Ampère uważał za dowód wzoru w razie $\varepsilon = 0$ $\theta = \theta' = 90°$ $f = -\frac{2ii'dsds'}{r^2}$

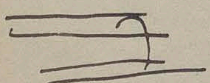
Fig.







b). (dążność rozszerzania się przewodnika pod wpływem własnego pola magnetycznego, które wykazać można za pomocą przyrządu

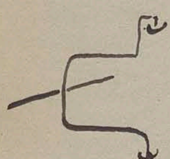


Ampère uważał to za dowód wzoru w razie



$\varepsilon = 0$ $\theta = 0$ $\theta' = 180°$ $f = \frac{ii'dsds'}{r^2}$

c). brak sił mechanicznych jeśli prądy się krzyżują pod kątem prostym



albo raczej jeśli kawałeczek przewodnika ruchomego jednego nie przecina wcale linij sił drugiego przewodnika. $\varepsilon = 90°$ $\theta = 90°$ $\theta' = 180°$ $f = 0$

Stefan 1869 Wiener Ber. El. dyn.

Prawo Grassmanna i Formułka $\iint \frac{ee'}{r} \frac{ww'}{2}$

Przy tutaj wyprowadzamy wszystko na podstawie równoważności obwodu zamkniętego i prądów; innemi słowami że wszystko jedno czy linie sił wytworzone przez magnesy czy przez prądy.

Wszystko się dotąd tyczy sił ~~siał~~ ponderomotorycznych.

Ampère'a teorya co do istoty magnesów

~~Wpływ~~ Potęgowanie elektrostat. i electrod.?

Do tego czasu obie teorye nic nie mają wspólnego

Jeśli to ta sama elektryczność razem jednym razem siłę $\frac{1}{r^2}$ a ~~dla~~ jeśli się porusza to $\frac{c}{2}$ etc.

Teorya Webera Potential $= \frac{ee'}{r}\left[1 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right) = -\frac{1}{r^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{1}{r}\frac{2\,dr}{dt}\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right)\frac{dt}{dr}$$

$$K = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{a^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{a^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right\}$$

$a = v\sqrt{2} = 420.000$ km

= prędkość przy której dwa ciała statyczne nie działają na siebie

Elektrodynam. $\frac{2\pi J}{A} a a^2 i = \alpha c$

$$K \frac{d\varphi}{dt^2} = -c\varphi$$

$$\varphi = -\int \frac{p\,\frac{dp}{dt}}{W} = \frac{p_1 - p_2}{w}$$

Faraday 1831

Lenz 1835

Neumann 1845

Helmholtz 1847

Faraday elektromot. siła indukcji $= \frac{dp}{dt}$

$\int$ gdzie ilość linij sił przechodz. się zmienia to powstaje sił. elektrom. $= -\frac{d}{dt}$ (ilości)

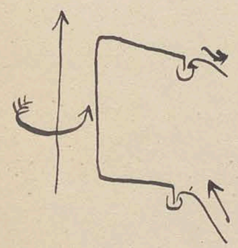
Ampère starał się dowieść tego zapomocą różnych doświadczeń

N. 1.



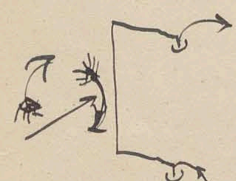
to jednak nic nie dowodzi, bo takisam ruch wynikałby z zasady pomnożenia ilości linii siły

Że prądy równoległe || się przyciągają:

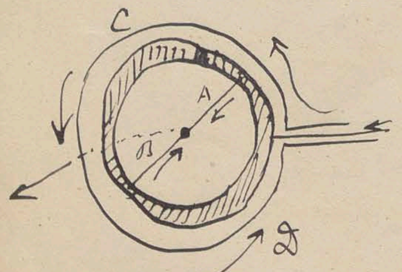


Tak samo wynika z tamtej zasady

Jeśli prąd ⊥ to naturalnie bez skutku



Także tworzy ruch obrotowy w jednym kierunku:



możnaby według Ampèra tłomaczyć tak że AC się przyciągają BC odpychają BD przyciągają itd, ale równie dobrze z zasady dążności linii siły

(bo [illegible] przy każdym obrocie powierzchnia prądu którego powiększa się o πa)

W sesóści należy dać znak ujemny

$$W = -\left(\frac{i_1^2}{2}L_1 + i_1 i_2 M + \frac{i_2}{2} L_2\right)$$

W dąży do minimum

$$-\frac{\Delta W}{\Delta x} = \frac{i_1^2}{2}\frac{\Delta L_1}{\Delta x} + \cdots$$

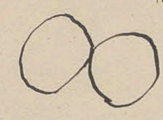
więc jeśli się używa $\Omega = -W =$, tak by … to ona dąży do maximum

najlepiej tak że drut rozkładamy w wielką ilość składowych drucików, każdy z nowym prądem di mający pewną ich ilość: i dodając jeden składnik di:

$$dW = L\,i\,di$$

$$W = L\int i\,di = \frac{i^2}{2}L$$

Ampère'a formułka $R = -\frac{i i' \, ds\, ds'}{r^2}\left(2\cos\varepsilon + 3\cos\theta\cos\theta'\right)$



Dlaczego $\frac{1}{2} i^2 L$?

$$M_{11} + M_{22} + M_{12} = \int_{O_1}\int_{O_2}\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds_1\,ds_2 = \frac{1}{2}\int_{1+2}\int_{1+2}\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds_1\,ds_2$$

$M_{12} = M$

$M_{11} = \frac{1}{2}L_1$

$M_{22} = \frac{1}{2}L_2$

~~Elektr~~ Jakie linie siły można rozbować to które przypada jej wskutek wspólnego działania wszystkich prądów czy ? . –

Wszystko jedno bo wypadkowe składają się ze składowych

Electro dynamometer

Można by obliczyć $\frac{1}{2}L$ albo też jeśli się stałą cewkę uważa jako 1 a ruchomą jako 2 to M_{12}

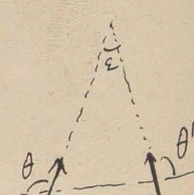
Łatwiej jednak w przybliżeniu jeśli się uważa 2 jako magnes i teorya

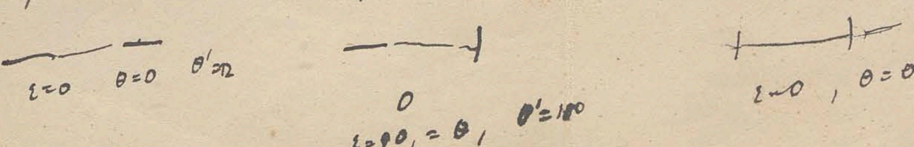
Ampère wyprowadził swą teoryę na 4) doświadczeniach: 1). Prąd ⊃ nic 2). tak samo ∽∽

3). Koniec prądu wolnego w kierunku tylko w kierunku prądu nie tylko się porusza pod wpływem innego prądu

4). Prądy podobnego kształtu wywierają równe siły na poprzek znajdujące się w odległ. prop. do wielkości tych. –

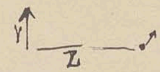
Ampère starał się dowieść tego różnymi doświadczeniami i.t.p.





mówiliśmy że stara się objąć jak najwięcej linji siły; czy ogólnie? wiele ich jest wogóle?

siła wywierana na $\mu=1$ przez cały prąd:



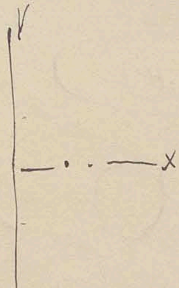
~~X~~ ~~X~~

$$X = \int i \frac{\Delta s}{r^2}\left[\cos ry \cos sz - \cos rz \cos sy\right]$$

$$= i \int \left[\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial y} dz - \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial z} dy\right] = -\frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\left.\begin{aligned} F &= \int \frac{i\,dx}{r} \\ G &= \int \frac{i\,dy}{r} \\ H &= \int \frac{i\,dz}{r} \end{aligned}\right\} \text{Rodzaj potencjału} = \text{pot. wektorowy}$$

Przykład:



$$F = 0 = H$$

$$G = i \int \frac{dy}{r}$$

$$X = 0 = Y \qquad Z = \frac{\partial G}{\partial x}$$

obliczyć i sprawdzić! (wziąć najpierw drut długości B, potem $B = \infty$)

$$\begin{cases} X = -\frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial y} \\ Y = -\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} \\ Z = -\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x} \end{cases}$$

Przez cały przekrój będzie przechodziło ilościowych linji prądu:

$$\int F_n\, dS = \int (X \cos nx + Y \cos ny + Z \cos nz)\, dS =$$

$$= \int dS \left[\left(\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}\right)\cos nx + (\quad) + (\quad)\right] =$$

~~$= \int dS \cos nx \left[\frac{\partial}{\partial z}\int \frac{i\,dy}{r} - \frac{\partial}{\partial y}\int \frac{i\,dz}{r}\right] +$~~

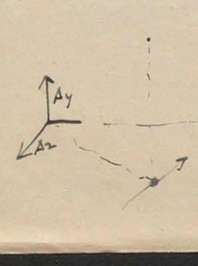
~~$= \int dS \cos nx \ldots \int \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial y}{\partial s} ds = \int \ldots$~~

$$= \int (F\,dx + G\,dy + H\,dz)$$

$$= i \iint \frac{dx\,dx' + dy\,dy' + dz\,dz'}{r} = i \overbrace{\iint \frac{\cos\varepsilon\, ds}{r}}^{M} = W$$

$$W = i^2 M$$

a jeśli dwa przewodniki: $W = i_1 i_2 N$



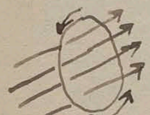
Indukcya

W bliskim związku z siłami mechanicznemi, których doznają przewodniki obciążone prądem w polu magnetycznem, są siły elektromotoryczne, (podczas przesuwania ich przewodników) ~~przy ruchu~~ względem linij sił magnetycznych ~~powstające~~ w.

Takie siły elektromotoryczne (nazwane „indukowanemi") ~~powstają~~ powstają istnieją zatem albo podczas ruchu przewodników w ~~sta~~ (stałem) polu magnetycznem, albo podczas zmiany pola magnetycznego dostającego na (nieruchomy) przewodnik (albo z kombinacyi obu czynników). | Z (podstawowych) (doświadczalnych) badań Faradaya i z późniejszych poszukiwań wynika że w obu wypadkach wielkość siły elektromotorycznej ~~indukowanej~~ (wzbudzonej w przewodniku zamkniętym) (zależy od) (tylko zmiany) (ilości linij ~~sił~~ indukcyi magnetycznej) (przechodzących przez jego „powierzchnię" ~~przewodnika~~ (znanemi tego słowa zn.), a mianowicie że jest równa ubytkowi tej ilości, podzielonemu przez (przeciąg) czasu, podczas którego ubytek następuje:

$$E = -\frac{d\varphi}{dt} \qquad \text{gdzie } \varphi = \int \mu H_n \, df$$

~~Należy~~ W tem wyrażeniu jako dodatnie linie siły należy obrać te które wpadają na północną stronę przewodnika, więc np. w figurze



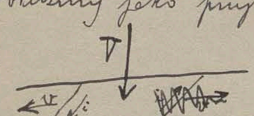
powstaje ~~prąd~~ siła elektromot. i prąd wzbudzony w kierunku strzałki, gdy pole magnetyczne słabnie, w kierunku przeciwnym gdy wzrasta.

Zajmiemy się najpierw pierwszym wypadkiem t.j. ruchem przewodnika w polu magnetycznem niezmiennem. Można wtedy albo cały przewodnik przesuwać albo pojedyncze jego części, ruchomo połączone, co umożliwia zbadanie ~~[illegible]~~ siły elektromotorycznej wzbudzonej przez ruch elementu przewodnika o długości Δs, (analogicznie do ~~[illegible]~~ str.   ). Wynikiem tego rodzaju doświadczeń przez Faradaya wykonanych było, że siła elektromotoryczna wzbudzona przez ruch części przewodnika ~~elementu Δs ds w polu~~ równa się liczbie ~~ilości~~ linij siły magnetycznej, które ~~przeciętych przez~~ ów przewodn. ~~element~~ przecina w jednej sekundzie czasu. ~~[illegible]~~ Powierzchnia zakreślona podczas sekundy przez element poruszający się z prędkością v ~~[illegible]~~ jest ~~[illegible]~~ $T \cdot [v\, ds] = v_n\, ds \sin vs$.

Mnożąc to przez (siły magnetycznej składową) normalną do owej powierzchni otrzymamy liczbę linij siły ~~[illegible]~~ ją daną ($\int [v\, ds]$) równoznaczną ~~[illegible]~~ siłę elektromotoryczną w ~~elemencie~~ przewodnika wzbudzonej. Przez dodanie takich składników pochodzących od wszystkich poruszających się części przewodnika otrzymuje się całkowitą siłę elektromotoryczną, powodującą powstanie prądu „indukcyjnego". ~~[illegible]~~

~~Nie określiliśmy jeszcze kierunku siły elektromotorycznej.~~

Obierzmy jako przykład ruch osi ~~wagonu~~ (, długości l = 1.5) wzdłuż szyn ~~na wagonach~~ kolejowych.



Powierzchnia zakreślona podczas jednej sekundy jest vl, składowa pionowa siły magnetycznej ziemskiej $V =$, zatem siła elektromotoryczna $e = Vvl$

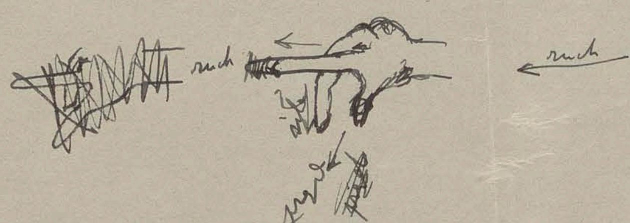
[~~[illegible]~~ przyjmując $v = 20 \frac{m}{sec}$: $e =$ $=$ Volt]

Odnośne fakty doświadczalne zostały przez Lenza ujęte

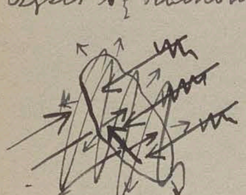
Nie określiliśmy jeszcze jej kierunku. ~~[illegible]~~ ~~Reguła określająca ten kierunek~~

~~zostało~~ następującą regułę: Prąd wzbudzony ma taki kierunek że siła pochodząca z oddziaływania nań pola magnetycznego przeciwdziała ruchowi. W powyższym przykładzie prąd płynący w osi ku tyłowi ~~przodowi~~ dałby (wody) powód do siły w kierunku v, zatem prąd rzeczywiście powstający musi mieć kierunek przeciwny (wskazany strzałką)

Do określenia kierunku może także posłużyć odpowiednia modyfikacja reguły Fleminga polegająca na użyciu prawej ręki ~~do~~ przy zachowaniu (tego samego co tam) porządku.

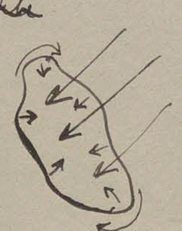


Wyobraźmy sobie obecnie ~~dla~~ ogólności przewodnik zamknięty, którego wszystkie części są ruchome, ~~[illegible]~~ kurczą się n.p. w kierunku małych strzałek. Całkowita siła elektromot.



w przewodniku zamkniętym ~~wzbudzona~~ będzie równa ~~sumie~~ liczbie linij sił przez wszystkie elementy przeciętych, czyli ubytkowi ~~przyrostowi~~ ilości linij sił przechodzących przez całą powierzchnię (na 1 sekundę). W tem uważamy jako dodatnią ilość linii wpadającej na stronę ~~północną~~ południową. (przeciwnie do str.

~~[illegible]~~



Liczba ich: $\varphi = \int H_n \, df$

zatem $e = -\dfrac{d\varphi}{dt}$

Ponieważ doświadczenia uczą że zjawiska indukcyi nad zmiennem polem magnetycznem zależą od względnego ruchu magnesów a przewodników, przeto ~~można z pewnem prawdopodobieństwem~~ naszym przypuszczeniem, że to samo równanie ( ) będzie ważne, niezależnie od tego czy zmiana liczby sił pochodzi od ruchu przewodnika czy od zmiany pola magnetycznego; i przypuszczenie to w zupełności zostało potwierdzone przez rozliczne doświadczenia, a zasadę ~~indukcyi~~ tę ( ) można zatem uważać za ~~fundament~~ zasadę wszystkich zjawisk indukcyi i wskutek tego za fundament nowoczesnej elektrotechniki. Należy w niej jednak jeszcze pewną poprawkę umieścić, jeśli mamy do czynienia z materyałami para lub diamagnetycznemi; w takim razie bowiem siła elektromotoryczna jest μ razy taka wielka jak w ośrodku niemagnetycznym. Ogólnie zatem będzie miarodajną nie ilość linij sił lecz linij indukcyi magnetycznej, czyli

$$\rho = \int \mu H_n \, df \qquad e = -\frac{d\rho}{dt}$$

Ta siła magnetyczna H może w ogólnym przypadku pochodzić od trzech czynników: a). pola magnetycznego wytworzonego przez jakieś magnesy stałe b). od innych przewodników okrążonych prądem c). od własnego przewodnika. W wyrażeniu ρ można je wprowadzić osobno, nazywając pierwszą część p, a obliczając drugą i trzecią według zasad § ... :

$$e_1 = -\frac{d}{dt}\left(p_1 + i_2 M + i_1 L_1\right)$$

a podobnie w razie większej ilości przewodników.

$2 i_1 i_2\, dM + i_1 M\, di_2 + i_2 M\, di_1$

~~$i_1 i_2\, dM + i_1 M\, di_2 + \ldots$~~

~~$\frac{i_1^2}{2} dL_1 + i_1 L_1\, di_1 +$~~

Zważywszy że oprócz tego w przewodnikach mogą być załączone jakieś ogniwa galwaniczne itp. o sile elektromot. E, ~~itp~~ i że wtedy prawo Ohma całkowita wypadkowa siła elektromot. $E+e$ musi się równać iloczynowi iw, otrzymujemy dwa ogólne równania dla dwóch przewodników:

$$i_1 w_1 = E_1 - \frac{dp_1}{dt} - \frac{d}{dt}(i_2 M) - \frac{d}{dt}(i_1 L_1)$$

$$i_2 w_2 = E_2 - \frac{dp_2}{dt} - \frac{d}{dt}(i_1 M) - \frac{d}{dt}(i_2 L_2)$$

Zanim przejdziemy do (~~Zastosowania~~ zastosowania tych równań do specyalnych zadań ~~później poznamy~~ udowodnimy wprzód zgodności ich z zasadą zachowania energii.

Praca wykonana przez ogniwo pierwsze w czasie dt ~~równa się~~ jest $E_1 i_1 dt$, analogicznie praca drugiego ogniwa $E_2 i_2 dt$; na co ta praca zostaje użyta, dowiemy się mnożąc pierwsze równanie przez $i_1 dt$, drugie przez $i_2 dt$; tak otrzymujemy:

$$E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt = i_1^2 w_1 dt + i_2^2 w_2 dt + i_1 dp_1 + i_2 dp_2 + i_1 d(i_1 L_1) + i_2 d(i_2 L_2) + i_1 d(i_2 M) + i_2 d(i_1 M)$$

co można też napisać w formie:

$$= (i_1^2 w_1 + i_2^2 w_2) dt + \left(i_1 dp_1 + i_2 dp_2 + \frac{i_1^2}{2} dL_1 + i_1 i_2 dM + \frac{i_2^2}{2} dL_2\right) + d\left(\frac{i_1^2}{2} L_1 + i_1 i_2 M + \frac{i_2^2}{2} L_2\right)$$

Wynika zatem że ~~praca~~ energia dostarczona przez ogniwo częściowo zamienia się w ciepło Joulea (pierwszy ~~wyraz~~ człon), częściowo zużywa się na wykonanie pracy mechanicznej przeciwko siłom działającym w polu na przewodnik (drugi człon, por. § ..) a częściowo może się nagromadzić ~~się~~ powiększając zapas t. zw. energii potencyalnej pola elektromagnetycznego (trzeci człon, por. §)

Te zmiany (energii elektromagnetycznej) są ściśle połączone z powstawaniem prądów indukcyjnych. Z tego zapasu czerpie swą energię t.zw. extraprąd trwający jeszcze pewien czas po wyłączeniu siły elektromotorycznej (por. . .

Widzimy zatem, że zjawiska indukcyi są związane z zjawiskami elektromagnetycznemi przez zasadę zachowania energii. Helmholtz nawet postępował odwrotną argumentacyą: w słynnej swej rozprawie (O stałości 1847) wyprowadził zjawiska indukcyi z zasady energii; ale taki rozumowanie nie jest zupełnie zadawalające, gdyż a priori wiedzieć nie można, czy energia nie zamienia się może jeszcze w inne formy albo nie uchodzi innemi drogami (Tak dzieje się rzeczywiście n.p. przy falach Hertza).

Zastosowania.

I). Jeden przewodnik, o kształcie niezmiennym.

~~Extraprąd~~. Równania redukują się na: $i_1 w_1 = E_1 - L_1 \frac{di_1}{dt}$

a). Gdy do przewodu załączamy stałą siłę elektromotoryczną (ogniwo galwaniczne) lub ją wyłączamy, powstaje zjawisko t.zw. extra-prądu. Stan będzie określony po załączeniu siły elektromot. przez równanie a po wyłączeniu jej przez równanie $i_1 w_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt}$. Drugie równanie spełnia się przez przyjęcie funkcyi wykładniczej $i_1 = A e^{-\alpha t}$; gdzie $\alpha = \frac{w}{L}$.

Stałą A wyznacza się z warunku początkowego, że prąd w pierwszej chwili (w czasie $t=0$) jeszcze zadość czyni wszystkiem prawu Ohma $i_0 = \frac{E}{w}$. Mamy zatem dla prądu wyłączenia:

$$i = \frac{E}{w} e^{-\frac{wt}{L}}$$

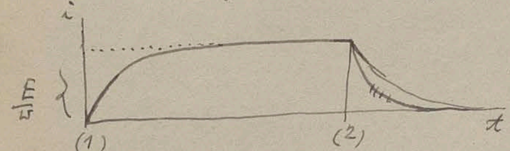
Extraprąd przepływa zatem jeszcze po wyłączeniu pierwotnej siły elektr. z stopniowo słabnącym natężeniem, w kierunku prądu pierwotnego.

Równania ( ) ~~znika~~ całkuje się (zupełnie tak samo, wprowadzając w nie) ~~najłatwiej~~ ~~wracając~~ $\left(i - \frac{E}{w}\right)$ jako nową zmienną.

~~otrzymuje się~~. Pomimo względ na warunek początkowy, mianowicie że w pierwszej chwili, za czas $t=0$ jeszcze żadnego nie ma prądu otrzymuje się:

$$i = \frac{E}{w}\left[1 - e^{-\frac{w}{L}t}\right]$$

~~Tym razem zatem normalny prąd~~ Przy załączeniu siły elektrom. prąd wzrasta zatem stopniowo aż do normalnej wartości, tak jak gdyby extraprąd ( ) działał tutaj (obok normalnego prądu) w przeciwnym kierunku. Graficznie można sobie przedstawić wzrastanie prądu ~~od chwili~~ po załączeniu (1) i słabnięcie po wyłączeniu (2), wykreślając czas t jako odciętą, i jako rzędną:



Całe zjawisko obserwujemy analogiczne do zjawisk bezwładności (por. elektrony)

Całkowita ilość elektr., która przejdzie wskutek załączenia siły elektromot. podczas pewnego czasu, nie będzie zatem zmieniona wskutek samoindukcji L.

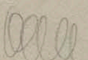
Całkowita ilość elektr. przeniesiona przez extraprąd: $\int_0^\infty \frac{E}{w} e^{-\frac{w}{L}t} dt = \frac{EL}{w^2}$, to jest tak jak gdyby ~~[illegible]~~ pierwotny prąd $\frac{E}{w}$ jeszcze przez czas $\frac{L}{w}$ dłużej trwał.

Czas ten jest miarą dla szybkości zanikania tego zjawiska, wynosi on n.p.

w razie solenoidu ..

elektromagnesu ....

W praktyce zjawiska te spostrzegamy zwykle przy nagłem przerwaniu przewodu (jako iskry występujące), (i to ~~[illegible]~~ wiele silniej jeśli przewód utworzony przez zwoje owinięte koło żelaza (elektromagnes) aniżeli jeśli drut stosunkowo prosty). Rachunek powyższy co prawda nie ~~może~~ da się ściśle ~~być~~ ściśle zastosować gdyż przerwanie przewodnika równa się wprowadzeniu ogromnego oporu (powietrza) a nie wyłączeniu siły elektromotorycznej



$$L = 4\pi h^2 q l$$
$$w = h l \omega$$

$$\Big\} = \frac{L}{w} = 4\pi h \frac{q}{\omega} = 10^{-4}$$

jeśli wszystko żelazo $\mu = 3000$

$$\frac{L}{w} = 0{\cdot}3$$

biorąc $h = 10$

$q = 1$

$\omega = 4$ cm drutu $= 10^{-3}\,\Omega = 10^{6}$

b). ~~Prąd przemienny~~ ~~następny prąd~~ Najprostszy Normalny rodzaj prądu przemiennego jest prąd zmieniający swoją natężenie i kierunek według funkcji sinusowej. i on reprezentować może z wielkiem przybliżeniem prądy przemienne w praktyce ~~zastosowane, są do niego więcej lub mniej zbliżone~~ używane.

Podstawiając

$i = A \sin \alpha t$ w równaniu ( ) otrzymujemy:

$$E = A[w \sin \alpha t + L\alpha \cos \alpha t] = B \sin(\alpha t + \delta)$$

co zastąpić można przez $E =$

Z rozłożenia tego wyrażenia wynika:

$$Aw = B \cos \delta$$

$$AL\alpha = B \sin \delta$$

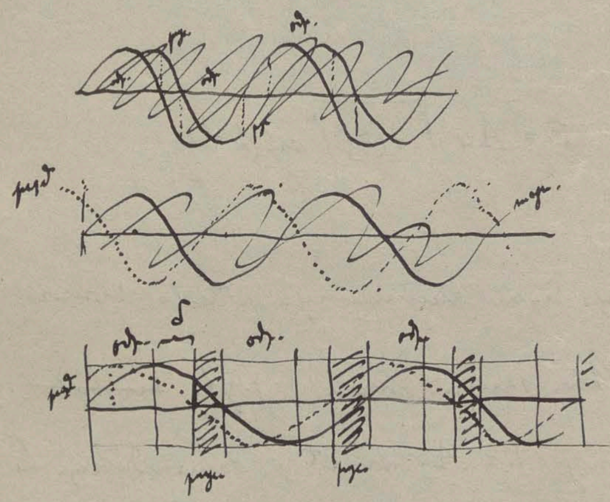
$$B = Aw\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2} \quad \text{a zatem} \quad E = Aw\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2} \sin(\alpha t + \delta)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{L\alpha}{w}$$

Wynika zatem że do ~~wytworzenia~~ wzbudzenia takiego prądu przemiennego potrzeba również siły elektromotorycznej periodycznej (o takim samym okresie); gdyby ~~nie było wpływu~~ samoindukcja była zero, mielibyśmy $E = Aw \sin \alpha t$; samoindukcja L powoduje zatem opóźnienie fazy prądu po za odpowiednią fazę siły elektromotorycznej o δ, a równocześnie zmniejszenie prądu czyli pozorne powiększenie oporu w stosunku $\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2}$. Jeden i drugi wpływ ~~zmniejsza się~~ wzrasta z częstością zmian prądu (związany z ~~zależny~~ od α)

N. p. przesyłając prąd przemienny o częstości przez wspomniany j. solenoid mielibyśmy

pozorny opór w $\sqrt{\ }$ nazywamy także impedancją



9). Obliczyć prądy ~~w~~ wzbudzone w obręczy kołowej wskutek periodycznych zmian natężenia bieguna magnetycznego, położonego w środku obręczy, i ~~siat~~ dalej siły mechaniczne między nimi powstające.

Ilość magnetyzmu (natężenie) $n = n_0 \sin \alpha t$

ilość linij siły przechodzących przez płaszczyznę ~~pętli~~ obręczy : $\varrho = 2\pi n_0 \sin \alpha t$

Siła elektrobodźcza indukcyi : $-2\pi \alpha n_0 \cos \alpha t$

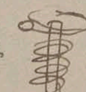
Natężenie prądu chwilowego (wirowego)

$$-\frac{2\pi\alpha n_0 \cos(\alpha t-\delta)}{w\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2}}$$

Siła przez niego wywierana w środku koła a na magnes n:

$$F = \frac{(2\pi)^2 \alpha n_0^2 \cos(\alpha t-\delta)\sin\alpha t}{a w\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2}}$$

Przeciętna wartość siły: $\bar{F} = \frac{\alpha}{2\pi}\int_0^{t=\frac{2\pi}{\alpha}} F\,dt = \frac{(2\pi n_0)^2 \alpha \sin\delta}{2aw\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2}} = \frac{(\pi n_0)^2\alpha}{aw}\sin 2\delta$

Przeciętnie wynika zatem siła ~~[illegible]~~ odpychająca między obręczą a periodycznie zmiennym magnesem (wskutek opóźnienia fazy δ) ~~[illegible]~~. To jest wytłomaczenie doświadczeń dosyć zadziwiających na pierwszy rzut oka Elihu Thomsona ~~[illegible]~~ : obręcz masywna miedziana nałożona na jeden biegun silnego elektromagnesu (o osi pionowej) ~~o kształcie~~ o kształcie prętu ~~[illegible]~~  zostaje wyrzucona w powietrze w chwili gdy w zwojach wzbudzi się silny prąd przemienny.

[Obliczenie: $\alpha =$ $a =$ przekrój obręczy $\varrho =$ elektromagnes.]

$\bar{F} =$ podczas gdy ciężar =

Przez całkowanie

Geometryczna konstrukcya

Przeciętne natężenie (bezwzględne) prądu wynosi: $\frac{\alpha}{\pi}\int_0^{\alpha t=\pi} i\,dt = \frac{2}{\pi}A$

Energia zużyta przeciętnie $\frac{1}{T}\int_0^T i\,E\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 w\,dt$ (sprawdzić równość!)

$$= \frac{w A^2}{2}\left[1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2\right] = \bar{i}\,\bar{E}\cos\delta$$

$\bar{i} = \frac{A}{\sqrt{2}}$

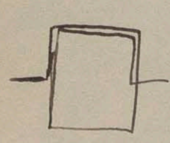
$\bar{E} = \frac{A w}{\sqrt{2}\cos\delta}$

o przeciętne natężeniu kwadratu prądu $\frac{A^2}{2}$, $\bar{E}^2 = \frac{A^2 w^2}{2}\left[1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2\right] = \frac{A^2 w^2}{2\cos^2\delta}$

Zauważyć należy że tutaj praca istotnie jest określona iloczynem Ei w każdej chwili, ale przeciętna praca nie równa się iloczynowi przeciętne~~j~~ wartości prądu i przeciętnej wartości siły elektromot., lecz różnica fazy δ jeszcze wchodzi w rachubę.
(Zastosowanie kalorymetr. albo elektrodynamometru W.)

c). Erdinduktor Webera, składa się z zwoju drutu ruchomo umocowanego na osi (przechodzącej przez płaszczyznę zwojów) przez który prąd w drucie obiegający może być odprowadzony. Schematyczny rysunek:

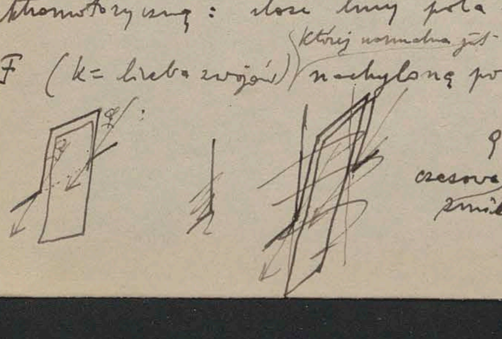
$E=0,\quad wi = -\frac{dq}{dt} - L\frac{di}{dt}$



~~Liczba linij siły~~ (pola magnetycznego) ~~przechodzących~~

~~Jeśli~~ Umieścimy oś poziomo w kierunku W-E (prostopadle do południka magnet.); ~~a prostopad~~ wtedy ~~[illegible]~~ ruch obrotowy zwojów będzie wytwarzać periodycznie zmienną siłę elektromotoryczną: ilość linij pola magn. przechodzących przez ~~[illegible]~~ powierzchnię kF (k = liczba zwojów) (której normalna jest) nachyloną pod kątem φ do (linij siły) ~~pionu~~ będzie

$$q = kF \cos\varphi \sqrt{H^2+V^2}$$



(czasowe) ~~zmienności~~ tego wyrażenia ~~[illegible]~~ równa się siła elektromot.

$E = -\overset{2}{} kF$ ~~[illegible]~~ $\sqrt{H^2+V^2}\,\sin\varphi\,\frac{d\varphi}{dt}$, co w razie obrotu jednostajną prędkością

kątową $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ się odbywającą, reprezentuje siłę elektrom. przyrodzoną w układzie

owej z przeszłego przykładu (b). Odpowiednie natężenie prądu wynika z owych równań.

Wreszcie jeżeli $\frac{L\omega}{w}$ jest małe otrzymałoby się związek oporu w z siłą $\sqrt{H^2+V^2}$ i innemi wielkościami (w cm sposób [illegible])

Mierząc ~~[illegible]~~ natężenie prądów powstających owych (n.p. kalorymetrycznie lub ...)

znalazłoby się zatem sposób do wyrażenia oporu w w jednostkach elektromagn. bezwzględnych

(sprowadzeniu na jednostki H, V) / Obracając raz te same zwoje z tą samą prędkością raz koło osi ∦ NS, raz koło osi pionowej otrzymałoby się prądy prop. do składowych magn. V, H co może posłużyć do zmierzenia ich stosunku tj. do tg i, (kąta inklinacji).

d). Praktycznie jest jednak użyć tej metody z tą zmianą, że obserwujemy tylko (prąd E obrotu) od $\varphi =$ do koło osi pionowej dokonanego w krótkim czasie. ~~Wtedy~~

~~W obrębie tych połowie siła elektromot. ma wciąż ten sam kierunek; prąd~~

~~powstający będzie~~ $i =$ ~~$kF\sqrt{H^2+V^2}$~~ $\frac{kFH\cos\varphi}{w}$ ~~jeżeli opór w jest tak wielki że $\frac{L\omega}{w}$ można pominąć~~

mnożąc przez dt i

Całkując wtedy równanie otrzymamy:

$$w\int_1^2 i\,dt = -(\varphi + Li)\Big|_1^2 = \varphi_1 - \varphi_2$$

ponieważ prąd i w pierwszej pozycji był zero, a tak samo zniknie po pewnym czasie gdy zwoje będą już nieruchome w drugiej pozycji.

Całkowita ilość elektryczności indukowanej jest zatem

$$\int i\,dt = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{w} = \frac{2kFH}{w}$$

Samoindukcja ~~tutaj~~ zatem jest bez wpływu na tę ilość całkowitą.

Tę ilość można zmierzyć galwanometrem użytym w sposób balistyczny (p...)

t.j. obserwując pierwsze wychylenie przez moment popęd dewiacyjny spowodowane.

W taki sam sposób można zmierzyć natężenie jakiegobądź pola magnetycznego

n.p. w otoczeniu magnesów, wprowadzając zwój druciku (połączony z galw. balist.) w dane miejsce pola, (tak żeby płaszczyzna linie siły przecinały jego pod kątem prostym)

i wykonując ~~...~~ nim pół obrotu lub też wysuwając go nagle/zupełnie z tego pola w miejsce, gdzie pole jest zero. (Probespule), metoda w praktyce istotnie używana instrument (Cambridge) w połączeniu z galvan. aperiod.

inny sposób bardzo wygodny: Wismuthspiralen)

e). Pod c) wspomniano o ~~...~~ pewnym sposobie wyznaczania oporu w w jednostkach bezwzględnych, inny sposób polega na umieszczeniu igły magnet. w środku zwojów kołowych (o promieniu a) obracanych koło osi pionowej. Prąd wirowy ~~...~~ działający na igłę odchyloną pod kątem ε z południka magnet. wywiera moment dewiacyjny:

$$\frac{k \cancel{F} H \omega \sin(\varphi - \delta)}{w\sqrt{1+\left(\frac{L\alpha}{w}\right)^2}} \frac{a^2\pi}{a} M \sin(\varphi - \varepsilon)$$

W razie jeżeli wpływ samoindukcji (a zatem także kąt δ) może być pominięty, ~~...~~ można przeciętną dla całego obrotu φ od ε wartość tego momentu obliczyć jako $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \ldots \, d\varphi$

co równać się musi momentowi dewiacyjnemu wywieranemu przez pole magnetyczne ziemi: $MH \sin \varepsilon$

Wynika z tego: $tg\,\varepsilon =$

Wychylenie igły magn. umożliwia zatem oznaczenie oporu w w jednostkach bezwzględnych (metoda użyta przez

f). ~~Obliczamy prąd przemienny powstający~~

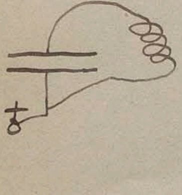
Przeprowadzić analogiczny rachunek pod założeniem że prądy indukcyjne powstają na wskutek przecinania pola magnetycznego ziemi, tylko

h). Obręcz (lub (zwój drutu) zamknięty) ruchomą koło osi przechodzącej przez jej płaszczyznę umieszczamy w periodycznie zmiennym (ale przestrzennie jednostajnym) polu magnet. Pokazać że będzie się ona tak zachowywać jak igła magnetyczna o momencie

Arago disc

i). Rozbrojenie Kondensatora (butelki Lejdejskiej)

W wszystkich poprzednich wywodach przyjmowaliśmy, że prąd i ~~przez~~ we wszystkich punktach przewodnika (w danej chwili) ma to samo natężenie, przyjęcie które jest zupełnie usprawiedliwione dla prądów stałych (i powoli zmiennych), ale nie da się utrzymać dla prądów bardzo szybko zmiennych, lub też jeśli przewodnik zawiera pewne części odznaczające się wyjątkowo nader wielką pojemnością t.j. Kondensatory. Wtedy taki Kondensator tworzy jakby zbiornik elektryczności przepływającej przez druty przewodnika.



Wyobraźmy sobie ~~najprostszy przypadek~~: że jedna okładka kondensatora utrzymana jest stale na potencyale 0, a że chwilowo posiada druga na V. Nabój będzie

$\varphi = CV$ a ubytek tego naboju będzie się równać ilości elektr. przez drut przepływającej, a zatem

$$i = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -C\frac{\partial V}{\partial t}$$

Z drugiej strony mielibyśmy według prawa Ohma $iw = V$ (por. str. $e^{-\frac{C}{w}t}$)

a przy uwzględnieniu samoindukcji:

$$iw = V - L\frac{di}{dt}$$ podstawiając tutaj równanie otrzymujemy:

$$\frac{d^2V}{dt^2} - \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{CL}V = 0$$ które można całkować zapomocą funkcyi wykładniczej exponentialnej

~~o którym równaniu~~ Na podstawie analogii z zastosowaniem (por. p. jakiem ~~[illegible]~~) że będzie powiadać rozwiązania typu

dwojakiego: w razie $w^2 > \frac{4L}{C}$ ~~będzie powstanie~~ odbędzie się rozbrojenie aperyodyczne t.j. jeśli opór stosunkowo duży

zaś w razie $w^2 < \frac{4L}{C}$ powstaną drgania elektryczne. Kondensator będzie periodycznie

zmieniał ładunki dodatnie i ujemne, o stopniowo zmniejszającej się wielkości.

$$V = V_0 e^{-\frac{wt}{2L}} \cos\alpha t$$

okres drgań będzie $$T = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1 - \frac{w^2C}{4L}}}$$

~~pomimo to~~ w czasie tym, ~~który ważny jest dla~~ $\frac{w^2C}{4L}$ ~~zmniejsza się od jedności~~ zwykle drugi

jako bardzo mały (zgodnie z powyższym ~~z wyjątkiem~~ warunkiem równości)

człon $\frac{w^2C}{4L}$ w mianowniku może być pominięty (tak że otrzymamy wzór uproszczony: $T = 2\pi\sqrt{LC}$

Feddersen 1862 ~~[illegible]~~ S. W. Thomson 1853 Kirchhoff 1857

Przykłady: 1).

$$i = -C\frac{\partial V}{\partial t} = +CV_0 e^{-\frac{wt}{2L}}\left(\frac{w}{2L}\cos\alpha t - \alpha\sin\alpha t\right) = CV_0 e^{-\frac{wt}{2L}}\sqrt{\left(\frac{w}{2L}\right)^2 + \alpha^2}\cos(\alpha t + \varepsilon)$$

Feddersen

O mierze bezwzględnej oporu jeszcze nie mówiliśmy

Określiliśmy jednak przed równymi jednostki, wtedy więc:

$\underset{=1}{w_1}\,\underset{=1}{i^2} = \text{praca} = 1 \overset{=1\,\text{Erg}}{=} \text{siła dyn na 1 cm}$

a siła elektromotoryczna $e = i \cdot w$

tak określone $w_1 = .\ 10^{-9}$ Ohm $1\,\text{Ohm} = 10^9$

$E_1 = 10^{-8}$ Volt $1\,\text{Volt} = 10^8$

$$i = \frac{1\,\text{Volt}}{1\,\text{Ohm}} \cdot e^{-\frac{1\,\text{Ohm}}{5.10^6}t} = \text{Ampère} \cdot e^{-\frac{10^9}{5.10^6}t} = \text{Ampère} \cdot e^{-\frac{1}{5}10^3 \cdot t}$$

$$= e^{-200 \cdot t}$$

Więc w czasie $t = \frac{1}{200}$ sec prąd już zmniejszy się na $\frac{1}{2.78}$ etc....

W praktyce powiększa się to bardzo wkładając rdzeń żelazny do środka

to ma skutek że przyrośnie liczba linij o stosunek μ (może osiągnąć 3000)

Jeżeli siła elektr. periodyczna $i = A \sin(\alpha t + \delta)$

$E = E_0 \sin \alpha t$

$i w = E_0 \sin \alpha t - L \frac{di}{dt}$

$w A \sin(\alpha t + \delta) = E_0 \sin \alpha t - L \alpha A \cos(\alpha t + \delta)$

$w A \cos \delta = E_0 + L \alpha A \sin \delta$

$w A \sin \delta = \quad - L \alpha A \cos \delta$

$\Big\} \nearrow \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{L\alpha}{w}$

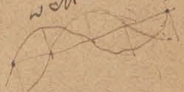
$-\frac{w}{L\alpha} = \frac{-E_0}{L\alpha A \cos\delta} + \frac{L\alpha}{w}$

$\frac{1}{A\cos\delta} = \left[\frac{L\alpha}{w} + \frac{w}{L\alpha}\right]\frac{L\alpha}{E_0} = \frac{L^2\alpha^2 + w^2}{w E_0}$

$A = \frac{w E_0}{w^2 + L^2\alpha^2}\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\delta} = \frac{w E_0}{w^2 + L^2\alpha^2}\sqrt{1 + \frac{L^2\alpha^2}{w^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{w^2 + L^2\alpha^2}}$

zewnętrzna praca: $E i = \frac{E_0^2}{\sqrt{w^2 + L^2\alpha^2}} \sin \alpha t \sin(\alpha t + \delta)$

jeśli $\delta = \frac{\pi}{2}$ wattloser Strom



$\int w i^2 dt$

Więc różnica fazy i zmniejszenie prądu tem większe czem większe L

$\lg \frac{2.10^7}{64} = \lg 5.10^7 = \frac{7.7^{23}}{16.2.10^7} = 3.10^8$

$A = \frac{E_0}{w} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{L^2\alpha^2}{w^2}}}$ i czem częstsze drgania

opór fikcyjny = impedance

To jest znów ważnem przy telefonie

$= 2l\left(\lg\frac{2l}{R} - \frac{3}{4}\right)$

N.p. drut 4 mm gruby, 100 km L ma $L = 0.35 = 0.35.10^9$ j. bezwzgl.
(w jednostkach praktycznych)
Quadrant (1889)

jeżeli $n = \frac{1000}{sec}$ to $\alpha = 2000.\pi$

i opór ~~[illegible]~~ fikcyjny 17 razy tak wielki jak rzeczywisty (= 130 Ohm)

~~[illegible]~~ A różnica fazy: $\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\alpha}{w} = 17$

a zależnie od α więc niewyraźność.

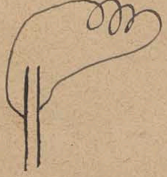
[Taki warunek dla telefonu w mostku Wheatstone'a trzeba zachować

Wszystkim jednak jest coś więcej skomplikowane, bo tutaj znów włożony założenie

że prąd rozchodzi się równocześnie w całym drucie.

ale to tylko przez prąd [illegible] nie uwzględni [illegible]

Iskra elektr.



Praca była tam Ei

tutaj Vi jeżeli V = różnica potencyałów

więc

$$iw = V - L\frac{di}{dt}$$

$$i = -C\frac{dV}{dt} \qquad V = a e^{-pt}$$

$$LC\frac{d^2V}{dt^2} + Cw\frac{dV}{dt} + V = 0$$

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = 0$$

$$\gamma^2 \pm \frac{w}{L}\gamma + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\gamma = \frac{w}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{w}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

I). Jeżeli $\left(\frac{w}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$ t. j. $w^2 > \frac{4L}{C}$

to γ rzeczywiste dodatnie γ_1, γ_2

$$V = a_1 e^{-\gamma_1 t} + a_2 e^{-\gamma_2 t}$$

$t = 0$ $\begin{cases} V = V_0 = a_1 + a_2 \\ i = 0 \text{ (tak jak przy zamknięciu przewodnika)} \end{cases}$

$$\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 = 0$$

$$V_0 = a_1 \left[1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right]$$

II). Jeżeli $\left(\frac{w}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ $w^2 < \frac{4L}{C}$

$$\gamma = \alpha \pm i\beta$$

$$V = V_0 e^{-\alpha t} (\cos \beta t \; \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t)$$

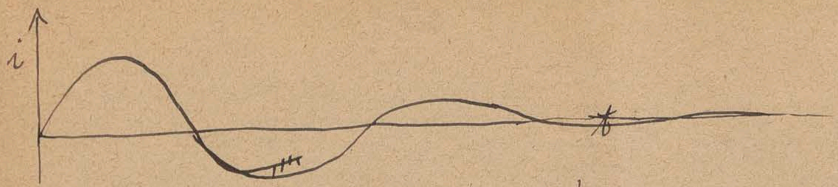
$$i = -C V_0 e^{-\alpha t} \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\beta} \sin \beta t$$

$$T = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1 \pm \frac{w^2 C}{4L}}}$$

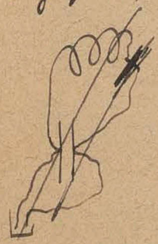
Zatem jeżeli opór bardzo mały w porównaniu z innymi to $T = \pi\sqrt{LC}$

$\int_0^\infty i\,dt = -C V_0$ (naturalnie) || ilość ciepła $\int i^2 w\,dt = \frac{C V_0^2}{2}$

Kirchhoff
Feddersen



Naturalnie że przewodzi prąd ↓
Podobnie też przy iskrach w powietrzu: taki skutek, jakgdyby było drutowe połączenie przez dobry przewodnik
Gdybyśmy jednak jeszcze połączyli przewodnik z jakimś źródłem elektr.

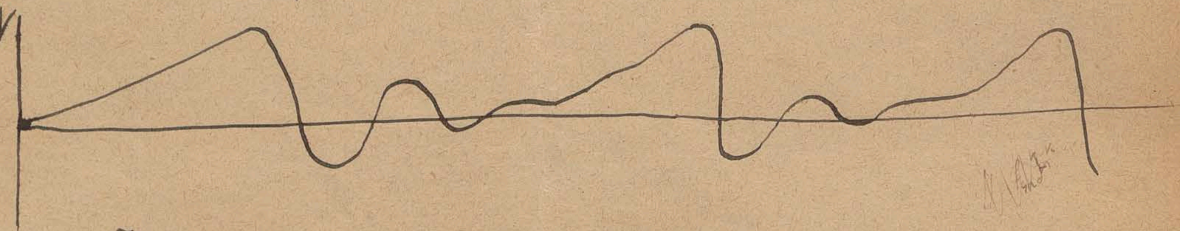


to iskra dopiero nastąpić musi gdy różnica potencyałów osiągnie pewną wartość

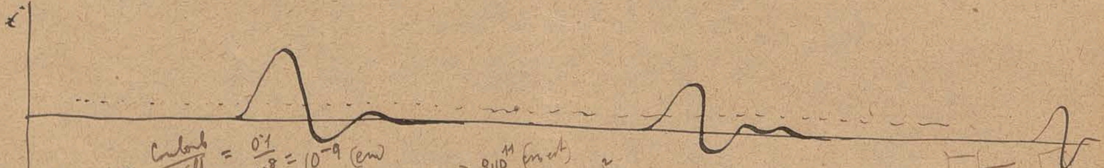
powstałość + albo − Oettingen 1862
oscylacyjne albo nie Savary 1827

zatem V:





I:



Farad = $\frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \frac{0{\cdot}1}{10^8} = 10^{-9}$ (em) $= 9.10^{11}$ (est)
(1 em) $= 9.10^{20}$ (est)

N. p. $C = \frac{1}{10}$ Mikrofarad $= 10^{-16} = k.\frac{(100\,cm^2)}{0{\cdot}1}$

$w = 10$ Ohm $= 10^{10}$

$L = 10^6$

$T = \pi . 10^{-5}$ sec.

$\lambda = 3.\pi.10^5 \neq 10^6 = 10$ km

$C = 1000$ elektrost. $= \frac{1}{9}.10^{-17}$

$= 2l\, lg\left(\frac{2l}{R} - \frac{3}{4}\right)$

$L = 150$ (drut gruby 0·1 mm, dług. 10 cm)

$w = \frac{1}{5}$ Ohm $= \frac{1}{5}.10^9$

$T = 4.10^{-8}$

$\lambda = 12$ m

$i_m = 3 \cdot 10^{10}\, i_e$

$C_m = \dfrac{i_m \cdot 1sec}{l_m}$ $\qquad C_e = \dfrac{i_e\, 1s}{l_e}$

$i_m^2 w_m = i_e^2 w_e = 1$

$\dfrac{c_m}{c_e} = \dfrac{i_m}{i_e} \cdot \dfrac{l_e}{l_m} = (3 \cdot 10^{10})^2$

$i_m\, l_m = i_e\, l_e$

$\dfrac{l_m}{l_e} = \dfrac{i_e}{i_m} = \dfrac{1}{3 \cdot 10^{10}}$

Pojemność ziemi: $R = 6370$ km

$= 6{\cdot}37 \cdot 10^8$ cm

$= \dfrac{6{\cdot}37}{9} \cdot 10^{-3}$ Farad

~~$= 7 \cdot 10^{13}$ Farad~~

$= 700$ Mikrofarad

~~W Farad~~ $C_m = 9 \cdot 10^{20}\, C_e$

~~$\frac{1}{10}$ Mikrofarad $= 9 \cdot 10^{20} \cdot 10^{-7} = 9 \cdot 10^{13}$ cm~~

[W praktyce jako jednostkę pracy = 1 Watt = 1 Volt Ampère = ~~10~~ 10^7

Praktycznie:

$J = 3 \cdot 10^9\, i_e$

$\dfrac{C}{c_e} = \dfrac{J}{i_e}\, \dfrac{e}{E} =$ ~~$(3 \cdot 10^9)^2 = 9 \cdot 10^8$~~

$J E = i_e\, e_e \cdot 10^{-7}$

1 Farad $= 3 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^{11} \cdot c_e$

~~Z~~ $\dfrac{e_e}{E} = 3 \cdot 10^2$

1 Mikrofarad $= 9 \cdot 10^5 \cdot c_e$

1 Volt $= \dfrac{1}{300}$ elektr.

$\frac{1}{10}$ Mikrofarad $= 9 \cdot 10^4\, c_e$ $\quad = \dfrac{1\,m^2}{1{\cdot}11\,mm}$

$L = 10^6$ [w owej cewce mieliśmy $L = 5 \cdot 10^6$] więc n.p. jeżeli $l = 2$ cm]

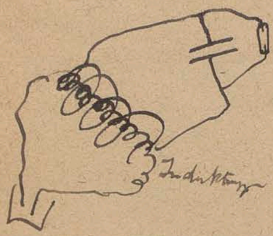
Opór 10 ohm

$$i = -CV_0\, e^{-\frac{w t}{2L}} \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \qquad \varphi = -CV_0$$

$$\int i^2 w\, dt = \frac{CV_0^2}{2}$$

więc iskra (dłuż. ~~tem większa~~ czem większą pojemność C i pot. V.
(i także iskra częste)

zatem n.p. w rurkach Geisslerowskich wiele wyższa temperatura jeżeli się połączy je z kondensatorem! Inny charakter iskier wybijających



Dwa przewodniki ze wzajemną indukcyą:

$$\left.\begin{aligned} w_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} &= E \\ w_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

N.p. Prąd przy otwarciu: $E=0$

Warunki: $t=0 \quad i_1 = \frac{E}{w_1} \quad i_2 = 0$

$$\frac{d\,II}{dt} = w_2 \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + M \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0$$

$$\frac{w_2}{M}\left[-w_1 i_1 - L_1 \frac{di_1}{dt}\right] + \frac{L_2}{M}\left[-w_1 \frac{di_1}{dt} - L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2}\right] + M \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0$$

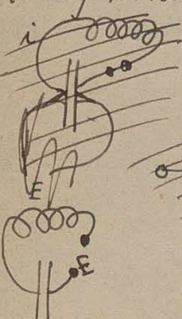
$$\frac{w_1 w_2}{M} i_1 + \frac{w_2 L_1 + w_1 L_2}{M} \frac{di_1}{dt} + \frac{L_1 L_2 - M^2}{M} \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0$$

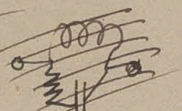
Rozbrojenia stanowiące iskry elektr. o tyle się różnią, że opór iskry nie jest wielkością stałą, ściśle określoną, ~~[illegible]~~ a zatem zamiast że ~~rozbrojenie~~ wyrównanie potencjałów postępuje tylko aż do pewnej ~~różnicy potencjałów~~ granicy, poniżej której gaz zachowuje się prawie jak izolator. (na [illegible] zdaniem od v. ale) Wpływa to jednak nieznacznie tylko na okres drgań T. Okazuje się w ten sposób że (ładunek ~~pozostający~~ pierwotnego i to albo ~~może być~~ albo dodatni albo ujemny zwykle jeszcze pozostaje pewien ułamek (odróżnić od pozostałości dielektr. r 6c)

Dla bardzo szybkich drgań (wibrat. Hertza) Wzory te są jednak z coraz większem przybliżeniem ważne, gdyż ~~[illegible]~~ prądy bardzo szybko przemienne nie wypełniają całego przekroju przewodnika (skin effect p.) z drugiej strony a także pojemność drutów łączących (więc samoindukcya się zmienia; ~~[illegible]~~ do tego ~~[illegible]~~ prądy wewnątrz kondensatora mogą się przyczynić do współczynnika L) w rachunku wejść może.

Obliczyć całkowite ciepło Joulea wywiązane $\int i^2 w\, dt$, musi się równać energii $\frac{CV^2}{2}$.

k). ~~[illegible]~~ Jakiej siły elektromot. wymaga wytworzenie prądu przemiennego w przewodniku zawierającym załączony kondensator





~~$iw = V - L\frac{di}{dt}$~~ ~~$iw + JU = E - L\frac{di}{dt}$~~

~~$i = C\frac{dV}{dt} + \ldots$~~

$$iw = V + E - L\frac{di}{dt} \qquad i = -C\frac{dV}{dt} = i_0\cos\alpha t$$

$$V = \frac{-i_0}{\alpha C}\sin\alpha t$$ ← różnica potenc. między okładkami kondensatora

$V =$ więc jeżeli $\alpha^2 = \frac{1}{LC}$, $T = 2\pi\sqrt{LC}$ rezonancya!

więc nawet w obwodzie ... małe przyłożenie napięcia ... i drgania ... dużej tworzą ... Starke p. 274

$$E = i_0\left[w\cos\alpha t - \left(L\alpha - \frac{1}{\alpha C}\right)\sin\alpha t\right]$$

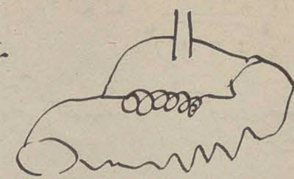
$$= -i_0\sqrt{w^2 + \left(L\alpha - \frac{1}{\alpha C}\right)^2}\,\sin(\alpha t + \delta)\ \ldots$$

Obierając zatem stosownie αCL można by spowodować żeby pierwiastek się zredukował na jedność, to znaczy (jeżeli porównany to z ...) że przez załączenie kondensatora w przewód można obniżyć impedancyę do wysokości oporu Ohma, a zatem przy danych warunkach nadzwyczajnie powiększyć natężenie prądu.

stąd gdy występuje rezonancya!

[illegible] [illegible] [illegible] $n = 50$ $\alpha = 300$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]



[illegible] $\frac{10^{-1}}{10^{8}}$

$C = 0{\cdot}007$ mikrofarad $= 6.10^{3}$ elektrost.

$= 7.10^{-9}$ Farad $= 7.10^{-18}$ abs

1 Farad $= 9.10^{11}$ elektrost.

$= 10^{-9}$ elektromag.

L



$l = 3{\cdot}3$

$\frac{l}{2a} = 2$

$L = 12{\cdot}6 . 10 . 10 . 12{\cdot}6 = 1{\cdot}6 . 10^{4}$

$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2.10^{-6}$

$\tau = 2.10^{-6}$

$\lambda = 3.10^{10} . 2.10^{-6}$
$= 6.10^{4}$

odpor $= 1\,\Omega = 10^{9}$ $\mathfrak{A} = 0{\cdot}07$

po 16 [illegible] [illegible] na $\frac{1}{e}$ [illegible]

$$E_1 = i_0 \left[w_1 \sin \alpha t + L_1 \alpha \cos \alpha t - \frac{M^2\alpha^2}{w_2 \sqrt{1+\left(\frac{L_2\alpha}{w_2}\right)^2}} \sin(\alpha t + \delta) \right]$$

$$= i_0 \left\{ \sin \alpha t \left[w_1 - \frac{M^2\alpha^2}{w_2 \sqrt{1+\left(\frac{L_2\alpha}{w_2}\right)^2}} \cos\delta \right] + \cos \alpha t \left[L_1 \alpha + \frac{M^2\alpha^2}{w_2 \sqrt{1+\left(\frac{L_2\alpha}{w_2}\right)^2}} \sin\delta \right] \right\}$$

$$= B \sin(\alpha t + \varepsilon)$$

$$B = i_0 \sqrt{w_1^2 + (L_1\alpha)^2 + \frac{M^4\alpha^4}{w_2^2\left(1+\left(\frac{L_2\alpha}{w_2}\right)^2\right)} - \frac{2M^2\alpha^2}{w_2\sqrt{1+\left(\frac{L_2\alpha}{w_2}\right)^2}}\underbrace{(w_1\cos\delta + L_1\alpha\sin\delta)}}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{L_1\alpha}{w_1}$$

$$= \frac{w_1 + L_1\alpha\frac{L_1\alpha}{w_1}}{\sqrt{1+\left(\frac{L_1\alpha}{w_1}\right)^2}} = w_1\sqrt{1+\left(\frac{L_1\alpha}{w_1}\right)^2}$$

$$= i_0 \sqrt{w_1^2 + (L_1\alpha)^2 - 2\frac{M^2\alpha^2\sqrt{w_1^2+(L_1\alpha)^2}}{\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2}} + \frac{M^4\alpha^4}{(w_2^2+(L_2\alpha)^2)}}$$

$$= i_0 \left\{ \sqrt{w_1^2+(L_1\alpha)^2} - \frac{M^2\alpha^2}{\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2}} \right\}$$

$$i_2 w_2 = \frac{M i_0 \alpha w_2}{\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2}}$$

$$\frac{(\text{[illegible]})_2}{(\text{[illegible]})_1} = \frac{M\alpha w_2}{\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{w_1^2+(L_1\alpha)^2} - \frac{M^2\alpha^2}{\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2}}} \right\} = \frac{M\alpha w_2}{\sqrt{w_1^2+(L_1\alpha)^2}\sqrt{w_2^2+(L_2\alpha)^2} - M^2\alpha^2}$$

jinak opsáno: $\frac{1}{\alpha} \frac{M w_2}{L_1 L_2 - M^2}$

~~[illegible]~~

$$L_1 = 4\pi h_1^2 f_1 l_1 \qquad w_1 = W_1 + h_1 l_1 w_1 = W_1 + \alpha h_1^2$$

$$L_2 = 4\pi h_2^2 f_2 l \qquad w_2 = h_2 l_2 w_2 \quad \alpha h_2^2$$

$$M = 4\pi h_1 h_2 f_1 l$$

O. Wzajemna indukcya ~~dwóch przewodników~~ prądu przemiennego ... dwóch przewodników zamkniętych w sobie

$$i_1 w_1 = E_1 - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \qquad i_1 = i_0 \sin \alpha t$$

$$i_2 w_2 = \quad - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

przez całkowanie drugiego równania (p.): $i_2 = \dfrac{M i_0 \alpha}{w_2 \sqrt{1 + \left(\frac{L_2 \alpha}{w_2}\right)^2}} \cos(\alpha t + \delta)$

przez podstawienie do pierwszego:

$$E_1 = i_0 \left\{ w_1 \sin \alpha t + L_1 \alpha \cos \alpha t + \frac{M^2 \alpha^2}{w_2 \sqrt{1 + \left(\frac{L_2 \alpha}{w_2}\right)^2}} \sin(\alpha t + \delta) \right\}$$

$=$

Porównać maksymalne wartości prądów $i_1 i_2$ i siły elektromot. E_1 i $i_2 w_2$ w razie

~~..~~ Takie przyrządy nazywamy transformatorami.

~~$$\int_0^\infty i_2\,dt = \frac{a_2}{\gamma} + \frac{b_2}{\gamma'} = \frac{a_2\gamma' + b_2\gamma}{\gamma\gamma'} = \frac{a_2(\gamma'-\gamma)}{\gamma\gamma'}$$~~

$$\frac{M}{L} = \frac{h_1 h_2}{h_1^2} = \frac{h_2}{h_1}\frac{w_1}{w_2}$$

~~$$= \frac{J_0 M \gamma^2 (w_1 - L_1\gamma')}{w_1 \gamma\gamma' (w_2 - L_2\gamma)}$$~~

$$w_1\int_0^\infty i_1\,dt + L_1(i_{1\infty} - i_{10}) + M(i_{2\infty} - i_{20}) = \sout{\text{const}}\ 0$$

$$w_2\int_0^\infty i_2\,dt + L_2(i_{2\infty} - i_{20}) + M(i_{1\infty} - i_{10}) = 0$$

$$w_1\varphi_1 - L_1 J = 0 \qquad \varphi_1 = J\frac{L_1}{w_1}$$

$$w_2\varphi_2 - MJ = 0 \qquad \varphi_2 = J\frac{M}{w_2} = \frac{EM}{w_1 w_2} \quad \Big\| \quad \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{M}{L_1}\frac{w_1}{w_2} = \frac{h_2}{h_1}\frac{w_1}{w_2}$$

$= E$ przedstaw. zatem $\frac{E_2}{E_1} = \frac{M}{L} = \frac{h_2}{h_1}$

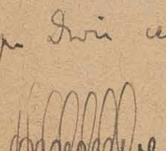
Maximum i_2:

~~$a_2\gamma + b_2\gamma' = 0$~~

$$a_2\gamma e^{-\gamma t} + b_2\gamma' e^{-\gamma' t} = 0 \quad \Big| \quad \gamma e^{-\gamma t} - \gamma' e^{-\gamma' t} = 0 \qquad \frac{\gamma}{\gamma'} e^{(-\gamma-\gamma')t} = 1$$

Więc całkowita ilość elektr. tem większa czem większe $\frac{M}{w_2}$

N.p. Dwie cewki:



Idealny przypadek że całkowity przepływ siły wewnętrznej przechodzi przez zewnętrzną (n.p. jeśli zamknięta w ...)

$$F_n = 4\pi i_1 h_1 \qquad f F_n = 4\pi i_1 h_1 f$$

$$M = 4\pi h_1 h_2 l f$$

~~W rzeczywistości~~

Jeśli i_1 i_2 rozwiązaniami w tym przypadku $\quad t=0 \quad i_1 = \frac{E}{w_1} \mid i_2 = 0$

to $i_1' = \frac{E}{w_1} - i_1^*$ $\quad$ zadość czyni równaniom: $-\Big[\underbrace{i_1 w_1 + \dots}\Big]^{+E_1} = E_1$

$i_2' = -i_2^*$

$i_1' w_1 + \dots$

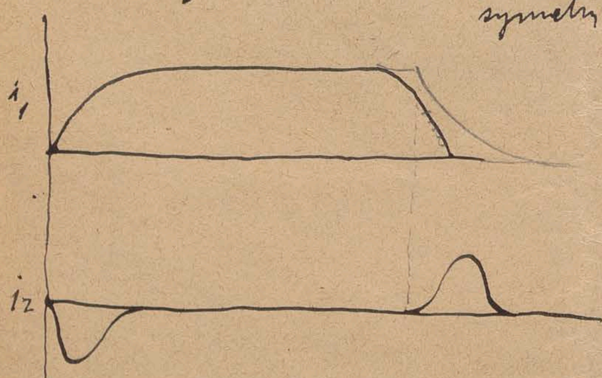
$i_2' w_2 + \dots = 0$

i warunkom początkowym

$t=0 \quad i_1' = 0$ $\quad$ zatem prąd przy odłączeniu i ~~włącz~~ włączeniu E

$i_2' = 0$

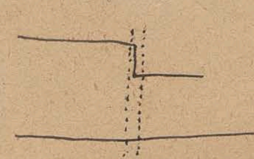
symetryczny



W rzeczywistości jednak inaczej postępujemy: nie odłączamy źródła E lecz przerywamy prąd i_1 i w skutek tego:

$w_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = 0$ $\quad$ Wartość i_{20}?

$i_2 = i_{20}\, e^{-\frac{w_2}{L_2}t}$



$L_1 I_1 + M I_{20} = 0$

Wyobraźmy sobie czas τ podczas którego się ~~zmienia~~ 1:

$\int_0^\tau$: .. $\quad w_2 \int_0^\tau i_2\,dt + L_2(i_{2\tau} - i_{20}) + M(i_{1\tau} - i_{10}) = 0$

$\qquad i_{20}$: 0 $\quad i_{1\tau}$: 0 $\quad i_{10}$: $\frac{E}{w_1}$

$w_2 i_{20} \frac{L_2}{w_2}\left[1 - e^{-\frac{w_2}{L_2}\tau}\right] = L_2 i_{20}$

$i_{2\tau} = -\frac{ME}{w_1 L_2}$

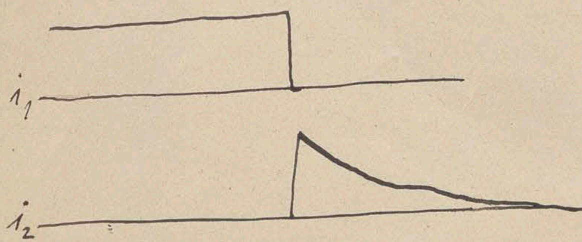
$\left(\frac{i_2 w_2}{E}\right)_0 = \frac{M}{L_1}\frac{w_2}{w_1} = \frac{h_2}{h_1}\frac{w_2}{w_1}$

$\lim_{\tau=0}$

$i_{20} = +\frac{ME}{w_1 L_2}$ $\quad i_2 = +\frac{ME}{L_2 w_1} e^{-\frac{w_2}{L_2}t} = +\frac{M}{L_2} J e^{-\frac{w_2}{L_2}t}$

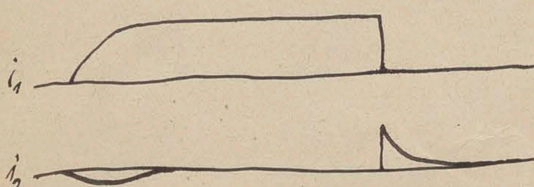
Więc rozpoczyna się zaraz największy wstrząs

$(i_2 w_2)_0 = \frac{M w_2}{L_2} \cdot E = \frac{h_1}{h_2}\frac{w_2}{w_1} \cdot E$



$\int i_2 \, dt = \frac{MJ}{w_2}$ więc tak samo wiele jak tam

Więc wygląda:



Skutek tego jest taki:

Jeśli przewodnik 2 zamknięty, to równie wiele będzie przepływało w jednym kierunku jak potem odwrotnie; jeśli jednak n. p. iskra w powietrzu to ona utworzy się tylko przy prądzie indukcyjnym otwarcia; a prąd będzie jednostronny więc taki opór jest jakby źródłem prądu (podobnie jak maszyna influencyjna)

Gdyby przerwanie prądu nie nastąpiło natychmiastowo:

$i_{2\tau} = \frac{M}{L_2}\left[\frac{E}{w_1} - i_{1\tau}\right]$ zatem mniejsze najpierw

Dlatego staramy się [illegible] przerwać prąd o ile możności natychmiastowo

(Przerywacze, iskry, alkohol, wakuum etc.)

$(i_2 w_2) = \frac{M}{L_2} \frac{w_2}{w_1} E$

Tak jak gdyby w drugim przewodniku powstała siła elektromot. E_2

$$E_2 = E_1 \frac{w_2}{w_1} \frac{M}{L_2}$$

$L_2 = 4\pi h_2^2 f l$ $\qquad \frac{M}{L_2} = \frac{h_1}{h_2}$ $\qquad w_2 = W_2 + h_2 \beta$

$M = 4\pi h_1 h_2 f l$ $\qquad\qquad w_1 = W_1 + h_1 \alpha$

$$E_2 = E_1 \frac{W_2 + h_2 \beta}{W_1 + h_1 \alpha} \cdot \frac{h_1}{h_2} = E_1 \frac{\frac{W_2}{h_2} + \beta}{\frac{W_1}{h_1} + \alpha}$$

α = opór jednego zwoju

$h\, \text{gęc} = \frac{h}{\alpha}$

Energia : $w_2 i_2^2$:

$$= w_2 \left(\frac{MJ}{L_2}\right)^2 \int_0^\infty e^{-2\frac{w}{L_2}t} dt = w_2 \left(\frac{MJ}{L_2}\right)^2 \frac{1}{2\frac{w_2}{L_2}} = \frac{1}{2} J^2 \frac{M^2}{L_2}$$

$$\varphi_2 = \frac{MJ}{w_2} = \frac{1}{2} \frac{E^2}{w_1^2} 4\pi f l\, h_1 h_2 \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\pi E^2}{\mu} f l \cdot \frac{h_1^2}{(W_1 + h_1\alpha)^2}$$

$$\varphi_2 = \frac{MJ}{w_2} = \frac{M E_1}{w_1 w_2} = 4\pi f l \cdot E_1 \frac{h_1 h_2}{(W_1 + h_1\alpha)(W_2 + h_2 \beta)} = 4\pi f \cdot l \frac{E_1}{\left(\alpha + \frac{W_1}{h_1}\right)\left(\beta + \frac{W_2}{h_2}\right)}$$

więc mianownik jak najmniejszy! W_1 i W_2 są dane $\qquad W_2 \gg W_1$

więc h_1 stosunkowo mniej warto zmniejszyć niżeli h_2 $\qquad$ | pierwszy przewodnik gruby

α większy $\qquad \beta$

$hq = \text{constans}$ ~~α~~ $= \frac{a^h}{c}$

$\alpha = \frac{a}{q}$ $\quad \beta = \frac{b}{q}$

$q = \frac{c}{h}$ $\quad h_1 \alpha = \frac{h_1^2 a}{c}$ $\quad h_2 \beta = \frac{h_2^2 b}{c}$

$$Q_2 = 4\pi fl. \frac{E_1}{\left(\frac{a h_1}{c} + \frac{W_1}{h_1}\right)\left(\frac{b h_2}{c} + \frac{W_2}{h_2}\right)}$$

zmieniać można h_1 i h_2

roznie [?] jeżeli $\frac{\partial}{\partial h_1}\left[\frac{a h_1}{c} + \frac{W_1}{h_1}\right] = 0$

$$\frac{a}{c} - \frac{W_1}{h_1^2} = 0$$

$$\frac{a h_1}{c} = \frac{W_1}{h_1}$$

$W_1 = \frac{a h_1^2}{c} = \alpha h_1$ = opór wewnętrznej cewki

$W_2 = \quad \beta h_2 =$ " zewnętrznej "

przykłady:

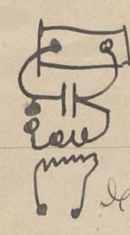
	S_1	S_2
180	11.500	
300	51.000	

E	S	δ_1	δ_2
5 V.	2·5 cm	1·5	0·15 m
14 V.	25 cm	2·5	"

↑ Oszczędności [?] ↑ grubości [?]

50

to znaczy jeżeli dana całkowita masa miedzi (zatem dźwignia aparatu) to najkorzystniej: zrobić zewnętrzną zwoje tak żeby



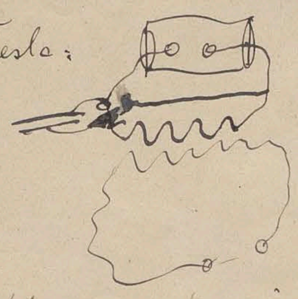
Natężenie Impedance ogromnie duża w porównaniu z oporem

N. p. $n = 100.000$

$\alpha = 2\pi . 10^{+5}$

W dawniejszym przykładzie

Tesla:



podwójna transformacya

czas ~~jednej~~ drgania $2\pi\sqrt{LC} + \beta$

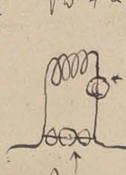
szybko zmienne, wysokie napięcie

takie prądy nadzwyczaj

$L = 5.10^6$ || $\Omega = 1\,\text{Ohm} = 10^9$

Impedance $\sqrt{w^2 + \alpha^2 L^2} = \sqrt{10^{18} + (2\pi . 5 . 10^{11})^2} \doteq \pi . 10^{12}$ || = ca 3000 Ohmów

więc n.



Na tych samych zjawiskach polegają n. p. ~~ochrony~~ ~~burza~~ gromochrony przy aparatach telefonicznych etc.

Błyskawica szuka drogi najkrótszej, nie dbając wiele o różnice w przewodnictwie

~~$i = \frac{E_1 - e_1}{w + W_1 + W_2}$~~

~~$\frac{ie}{iE_1} = 1 - \frac{E_1 - e_1}{E_1} \frac{w}{w + W_1 + W_2}$~~

Stracona energia: $w i^2 = (E-e)^2 \frac{w}{(w+W_1+W_2)^2}$

Wyprodukowana $E_1 i = \frac{E(E-e)}{w+W_1+W_2}$

Wyzyskana $e_2 i$

~~Stosunek $\frac{Ei}{ei}$~~ Albo robię E, e wielkiem albo i wielkiem

oczywiście ten korzystniej czem mniejsze i zatem czem wyższe E

$$\frac{w i^2}{e_2 i} = \frac{w i}{e} = \frac{w(E-e)}{(w+W_1+W_2)e}$$

A transformacya najłatwiej wykonać w prądach przemiennych

transformatory!

Procent użytecznej pracy: $\frac{e_2 i}{E_2 i} = \lambda$ $\quad e = \lambda E$

~~$w i^2 = \frac{(E-e)^2}{w} = \frac{E^2}{w}(1-\lambda)^2$~~ $e i = \frac{e(E-e)}{w} = \lambda(1-\lambda)\frac{E^2}{w}$

Więc gdyby się przenosiło w tej odległości powiększyć w kwadratowym stosunku E.

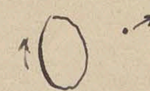
Stosunek systemów jednostek

1). Condensator, galvanom. balistyczny wynik e_m e_e

2). electrodynamom. V_e oporu które tworzy prąd mierzony przez electrodynam

$dW = i^2 w\, dt$ $\quad W = -i \underbrace{\int F_n\, dS}_{p}$ $\quad e = -\frac{d}{dt}\int F_n\, dS$ 51





$dW = \dots$

$i = -\frac{1}{w}\frac{dp}{dt}$ $\quad \int i\, dt = \frac{1}{w}(p_1 - p_2)$ $\quad \int i\, e\, dt = -\int_2 F_n\, dS + \int_1 F_n\, dS$

więc tak samo jakby była elektr. siła $-\frac{dp}{dt}$

Indukcya w wagonach na szynach

w przewodnikach których (mierzenie H i V a stąd $\frac{H}{V} = \dots$

Właściwie jednak tamto równanie nie jest ściśle odpowiednim
nie uwzględniliśmy działania linji własnego prądu

bo ~~$dW = -d(ip) = -(p\, di + i\, dp)$~~

~~a p składa się z dwóch części~~ ~~$= \frac{L}{2} i + (M i_2 +$~~

~~$i^2 w\, dt = -i$~~ ~~$W = -(i_1^2 \frac{L_1}{2} + i_1 i_2 M + i_2^2 \frac{L_2}{2})$~~

~~albo jeśli zaniedbamy pole magnetyczne:~~ ~~$W = -(i_1^2 \frac{L_1}{2} + i_1 p)$~~

~~$i^2 w = -i L \frac{di}{dt} + \frac{i^2}{2}\frac{dL}{dt} + p\frac{di}{dt} + i\frac{dp}{dt}$~~

Praca przy ruchu przewodnika w polu magn.

$dP = \frac{i^2}{2} dL + i\, dp$

Zmiana energii potencyalnej (wskutek zmiany położenia i zmiany siły prądu własnego prądu

$dW = d(\frac{i^2}{2} L) = \frac{i^2}{2} dL + i L\, di$

Praca ~~kattery~~ ogniwa : $E i\, dt = i^2 w\, dt + dP + dW$

$i w = E - \frac{d}{dt}(iL) - \frac{dp}{dt}$

A jeżeli zewnętrzne pole p powstaje w skutek innych prądów $i_2 M + \dots$

to $$iw = E - \frac{dp}{dt} - \frac{d(iL)}{dt} - \frac{d(i'M)}{dt}$$

Także teraz ~~możemy~~ powiedzieć: elektr. siła indukcyi = zmiana ilości linii

siły, bo $(\not{p} + Li + i'M)$ = ilość linij siły

Przykłady:

„Extrastrom"

$$iw = E - \frac{d(iL)}{dt} = E - L\frac{di}{dt}$$

$$iw\,dt + L\,di = E\,dt$$

$$\frac{w\,L\,di}{E - iw} = dt.w$$

$$\frac{L}{} \log(E - iw) = -w\,t + a$$

$$E - iw = e^{\frac{a - wt}{L}}$$

$$= e^{\frac{a}{L}} . e^{-\frac{wt}{L}}$$

$$i = \frac{E}{w} - b\,e^{-\frac{wt}{L}}$$

I). jeżeli $t = 0$ $i = 0$

$$b = \frac{E}{w}$$

$$i = \frac{E}{w}\left[1 - e^{-\frac{wt}{L}}\right]$$

II). jeżeli się przerwie:

$E = 0$; $t = 0$, $i = \frac{E}{w}$

$$i = +\frac{E}{w}\,e^{-\frac{wt}{L}}$$

---

więc równie wielki dodatni jak przedtem ujemny

$\frac{w}{L}$ zwykle bardzo wielkie

$$q = \int i\,dt = \frac{E}{w}\int_0^\infty e^{-\frac{wt}{L}}\,dt = -\frac{E\,L}{w^2}$$

wzmaganie się prądu w elektromagnesach dużych, iskry przy ~~dw~~ przerywaniu

N.p. Cewka długa: $L = 4\pi h.n.f = 4\pi h^2 f l$

Przykład: $l = 10$, $h = 100$, $f = 4$ ($\pi r^2 = \dots$)

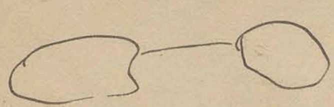
$$L = 4.4.\pi.10.10^4 = 5.10^6$$ (1 Henry = (Kwadrant) = 10^9)

$$w = \frac{\text{cca } 1000 \text{ zwojów} . 6}{5000} \neq 1\ \text{Ohm}$$

Dzisiejsza teorya elektr. opiera się na równaniach Maxwella. Także naszym zadaniem/ ~~celem~~ będzie wywód tych równań i wytłumaczenie wszystkich konsekwencyj; wszystkich wniosków, które z nich można wyciągnąć. Myślę jednak że będzie lepiej jeżeli nie rozpoczniemy od razu systematyczne rozwinięcia teoryi Maxw. lecz jeżeli zapoznamy się w przódy choć pobieżnie z rozwojem historycznym naszej nauki, z (głównemi zasadami) ~~teoryi~~ klasycznych Ampère'a, Neumanna, Webera, przy czem uzyskamy ogólny pogląd na nasz przedmiot i łatwiej zrozumiemy systematyczną teoryę Maxwella.

Teorya klasyczna — z wyjątkiem elektrostatyki — opiera się na pojęciu prądu elektrycznego.

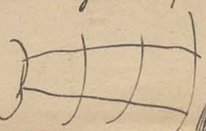
Teraz co ~~Jeżeli~~ znamy elektrostatykę pojęcie to nie przedstawia żadnych teoretycznych trudności. Dwa ciała przew. połączone przewodnikiem



jeżeli równe V to pozostanie równowaga
jeżeli różne to nastąpi wyrównanie elektryczności

Możemy mierzyć Q i V; ilość $\frac{dQ}{dt}$ która przepłynie przez przekrój = prąd = J
to będzie zwykle prąd zmienny, ale możnaby go także zrobić stałym n.p. zmieniając pojemność kondensatora w odpowiedni sposób.

Od czego zależy wielkość $\frac{dQ}{dt}$?
Rozkład jest analogiczny z rozkładem temp. [unclear reading]



hip. Ohma: $i = -\lambda \frac{\partial V}{\partial n}$

$$\begin{cases} u = -\lambda \frac{\partial V}{\partial x} \\ v = -\lambda \frac{\partial V}{\partial y} \\ w = -\lambda \frac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

(tu nie ma bezwładności, bo t nie zawarte)

To prawo stosuje się właściwie i ma znaczenie dopiero przez tę okoliczność

że — jak pokazuje doświadczenie — λ = ~~przewodnictwo~~ właściwe przewodnictwo = zależny tylko od

materyału, jego temperatury etc. ale nie od właściwości elektr. ~~st~~

więc jeśli mamy ten sam materyał przy róż. cyl. ..

jeśli n.p. drut $\left\{ \begin{matrix} q \\ l \end{matrix} \right.$ stan stały, podtrzymujemy ~~dV~~ różnicę V

$\frac{dV}{dn}$ stałe bo przy każdej

$$I = q\frac{(V_1 - V_2)}{l}\lambda$$

Możnaby to n.p. w ten sposób urzeczywistnić że

Kula $\varphi =$ ~~A~~ Va połączona z ziemią, a promień kuli się zmniejsza

prop. do czasu ~~$V = \frac{\varphi}{a}$~~ ~~$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{a}\frac{d\varphi}{dt} - \frac{\varphi}{a^2}\frac{da}{dt} = \frac{\lambda q}{l}\frac{\varphi}{a^2} - \frac{\varphi}{a^2}\frac{da}{dt}$~~

$$\frac{d\varphi}{dt} = a\frac{dV}{dt} + V\frac{da}{dt}$$ jeśli zrobimy ~~dt~~ $\frac{da}{dt} = -\frac{\lambda q}{l}$ to $\frac{dV}{dt} = 0$

więc stały prąd

ale w urzeczywistnieniu to nie da się uczynić i nie można sprawdzić tym

sposobem owego prawa bo zmiany następują wiele za szybko.

Ohm (1827) także wcale nie myślał wówczas o elektr. statycznej, tylko o elektr.

galw. powstającej podczas pewnych procesów chemicznych. On oparł to na

teoryi oporów galwanicznych i termoelektr. Racyonalniej jeszcze ~~m~~ można tego dowieść

na podstawie praw elektrolizy Faradaya wytłomaczonych w r. 1833 (albo tak samo innych.)

I ilość wody rozkładanej przez prąd elektr. = prop. do ilości elektr. ~~ilości~~

II ~~ilości~~ przechodzącej Rozkład (t.j. ciężary) różnych substancyj ~~rozkładanych przez~~ które ten sam prąd

przechodzi następuje w ~~stosunkach~~ równoważnych (chemicznie)

Takie które się zastępuje w związkach chemicz-

$H_2 \mid SO_4$	2
$Cu \mid SO_4$	64
$Fe \mid SO_4$	56
$Na_2 \mid SO_4$	23.2 = 46

Gdyby się chciało dowieść tych praw za pomocą owego pojęcia przedtem użytego to naturalnie circulus vitiosus, ale można to uczynić także w niezależny sposób n.p. ~~Warren de la Rue~~ ? elektrostatyczny ~~[illegible]~~ przez ~~[illegible]~~ wyładowanie kondensatorów.

Więc na tych zjawiskach chemicznych można opierać się przy mierzeniu i

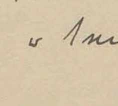
Voltametry

	H_2+O	Ag	Cu	H_2+O
1 Am w 1 sec:	0·0933	1·118	0·3281 mg	0·1740 cm^3

Więc można mierzyć I i można ~~sprawdzić~~ stwierdzić prawo Ohma — dochodzi tutaj jednak ta trudność że trzeba także uwzględnić opór owego Voltametru co Tenże jest rzeczą niewygodną.

Najdokładniejsze metody doświadczalne które dozwoliły stwierdzić te prawa z ogromną dokładnością są metody magnetyczne — ale o tych zjawiskach dopiero później. Jeszcze inny sposób:

Energia



gdyby n.p. kulki przewodzące (drutem) w energię ~~[illegible]~~ kinetyczną i ciepło

$\frac{1}{2}QV$

znika, co się z nią dzieje?

Tutaj nie występuje żaden ruch widoczny etc. tylko ciepło, które musi być równoważnem

$$dW = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

$$\frac{dW}{dt} = CV\frac{dV}{dt} = V\frac{d(CV)}{dt} = VJ = \overset{\text{dośw.}}{J^2 w}$$

zatem $J = \frac{V}{w}$

$\frac{i^2}{\lambda}(dx\,dy)^2 \frac{dz}{dx\,dy}$

$w = \frac{l}{q\lambda}$

prawo Joule'a (1841)

Joule stwierdził je z nadzwyczajną dokładnością, zatem i (stosowność) prawdziwość tamtych.

Zasadnicze równanie dla stanu stałego, którym teraz dalej będziemy się zajmować

przy użyciu równania ciągłości

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial V}{\partial x}\right) + \dots = \frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x} + \dots + \lambda \nabla^2 V$$

[coś innego jeśli λ nie jest stałem (rurki Geisslera)]

więc we wnętrzu przewodników wszędzie $\nabla^2 V = 0$ jak w elektrostatyce,

tylko ta różnica, że tam na powierzchni V musiało być równe (całego przewodnika)

a tutaj nie — tutaj rozkład V będzie w przewodnikach podobny jak tam w izolatorach.

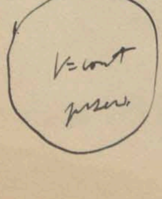
Więc we wnętrzu nie ma [wypadkowej] elektr. według naiwnej hipotezy fluidum elektr.

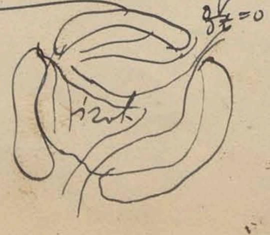
tak sobie to wystawiamy że równe ilości $+ \rightleftarrows -$

Dla powierzchni nieprzewodzących: $u \cos(nx) + \dots = 0$

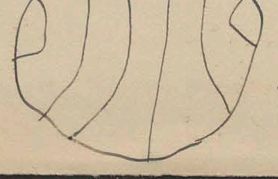
$$= \lambda\left[\frac{\partial V}{\partial x}\cos nx + \dots\right] = \lambda\frac{\partial V}{\partial n} = 0$$

elektrostatyka





Jedn.

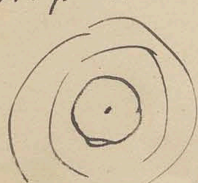


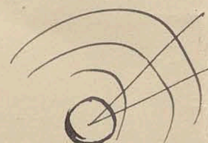
powierzchnie równego poziomu muszą przecinać powierzchnię ⊥

prostopadle do tego systemu powierzchni tworzy wielki system linij siły
i równoważny system linij prądu.
Więc powierzchnia musi być utworzona przez linie prądu.

Każdemu zadaniu elektrost. będzie odpowiadało jednakowemu zadaniu galw.

N. p. kula





jeśli ograniczymy to musi to być utworzone przez ~~promienie~~ wodzące

$V = \frac{e}{r}$

$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{e}{r^2}$

$V = \frac{a}{r}$

$J = 4\pi r^2 \lambda \frac{\partial V}{\partial r} = 4\pi\lambda a$

$V = \frac{J}{4\pi\lambda r}$

Jeśli przestrzeń nieskończ. to opór $= \frac{V}{J} = 0$

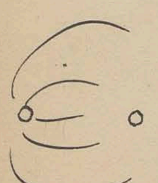
Dwa punkty

$V = \frac{J}{4\pi r\lambda} - \frac{J}{4\pi r'\lambda} = \frac{J}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$

Jeśli r_1 bardzo małe $V_1 = \frac{J}{4\pi\lambda r_1}$

$V_2 = \frac{-J}{4\pi\lambda r_1}$ | jeśli $r_1 = r_2$

(Electrody)



$V_1 - V_2 = \frac{J}{2\pi\lambda r_1}$

$w = \frac{V_1 - V_2}{J} = \frac{1}{2\pi\lambda r_1}$ więc wcale nie zależy od odstępu dwóch elektrod (jeśli one dostatecznie małe)

i równy $\frac{\text{oporowi}}{2}$ drutu $\begin{cases} q = \pi r_1^2 \\ l = r_1 \end{cases}$

Zadania dwuwymiarowe

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=0$ tak samo jak (wirowy) prąd cieczy nieściśliwej

$f(x+iy)=\varphi(x,y)+i\psi(x,y)$ i jak rozkład potencjału elektrost. dwuwym.

Np. prąd w blaszce metalowej (o grubości $\delta = 1$ cm)

Jedna elektroda $V = a\log r$

~~$f=\log x+iy\; e^{x+iy} = e^{x}(\cos y + i\sin x)$~~

$f=\log(x+iy)=\log r(\cos\theta+i\sin\theta)$
$= \log(re^{i\theta}) = i\theta+\log r$

$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial x} = +\frac{x}{r^2}$

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{r^2} - \frac{2x^2}{r^4}$

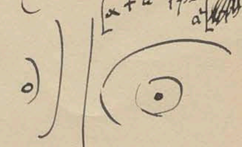
$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{1}{r^2} - \frac{2y^2}{r^4}$ $\Big\}\ \Sigma = 0$

$i = -\lambda\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\lambda a}{r}$ $J = -2\pi\lambda a$ $a = \frac{-J}{2\pi\lambda}$ $V = -\frac{J\log r}{2\pi\lambda}$

Jeśli blaszka ∞ to $w = \frac{V}{J} = \infty$ opór nieskończ.

$V = -a_1\log r_1 + a_2\log r_2 = a_1\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

$(x+a)^2+y^2 = \rho[(x-a)^2+y^2]$
$(x^2+y^2)(1-\rho) + 2ax(1+\rho) + a^2(1-\rho) = 0$
$\left[x+a\frac{1+\rho}{1-\rho}\right]^2 + y^2 + a^2\left[1-\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)^2\right] = 0$
$-\frac{4\rho}{(1-\rho)^2}$

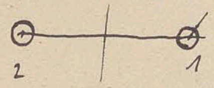


linie poziomu = koła

$u = \frac{J}{2\pi\lambda}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{J}{2\pi\lambda}\left[\frac{(x-a)}{r_1} - \frac{(x-a_2)}{r_1^3}r_2\right]$

etc.

J przybliżenie jeśli elektroda mała $= \lambda a_1 \lim_{r_1=\text{mała}} \frac{\partial}{\partial r_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \lambda a_1\frac{r_2}{r_1^2}$



$$u = a_1 \left[-\frac{x-a}{r_1^2} + \frac{x+a}{r_2^2} \right] \lambda$$

$$= a_1 \left[\frac{x+a}{r_2} \frac{1}{r_2} - \frac{x-a}{r_1} \frac{1}{r_1} \right] \lambda$$

Jeżeli elektrody małe ρ

$$v = a_1 \frac{y-b}{r_1^2} \lambda$$

$$i = \sqrt{u^2+v^2} = \frac{a_1}{r_1} \lambda \qquad J = 2\pi r_1 i = 2\pi a_1 \lambda \qquad a_1 = \frac{J}{2\pi \lambda}$$

$$V = \frac{J}{2\pi\lambda} \lg\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Opór ?

$$V_1 = \frac{J}{2\pi\lambda} \lg \frac{2a}{\rho_1} \qquad V_2 = \frac{J}{2\pi\lambda} \lg \frac{\rho}{2a}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{J}{2\pi\lambda} \left(\lg \frac{2a}{\rho} - \lg \frac{\rho}{2a} \right)$$

$$\frac{J}{\pi\lambda} \lg \frac{2a}{\rho}$$

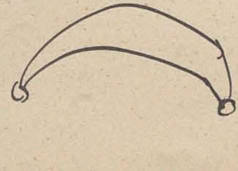
Opór $w = \dfrac{V_1 - V_2}{J} = \dfrac{1}{\pi\lambda} \lg \dfrac{2a}{\rho}$

Ogólne twierdzenie: superpozycja rozwiązań jest znów rozwiązaniem

$$\nabla^2 V_1 = 0 \qquad \nabla^2 V_2 = 0$$

$$\nabla^2 (V_1 + V_2) = 0$$

Taki opór w kawałkach na kształt księżyca można tym sposobem obliczyć też.

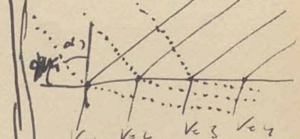


~~Przewodniki liniowe (druty)~~

Prawo Joule'a!! $i\nabla V\,d\omega = \lambda(\nabla V)^2 d\omega$

$\Sigma E\,d\omega$

$-\left(u\frac{\partial V}{\partial x}+v\frac{\partial V}{\partial y}+w\frac{\partial V}{\partial z}\right)d\omega = \lambda(\nabla V)^2 d\omega$

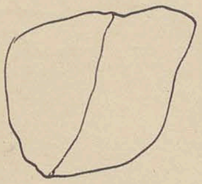


$tg\,\alpha = \dfrac{\frac{\partial V}{\partial n}}{\frac{\partial V}{\partial t}}$

$\lambda_1 ctg\,\alpha_1 + \lambda_2 ctg\,\alpha_2 = 0$

$\dfrac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$

Dwa ciała o różnem przewodnictwie graniczące ze sobą



$$\nabla^2 V_1 = 0 \qquad \nabla^2 V_2 = 0$$

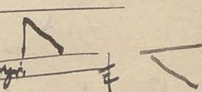
na powierzchni granicznej: $\quad div\, i = 0$

$$(u_1 - u_2)\cos nx + (v_1 - v_2)\cos ny + (w - w_1)\cos nz = 0$$

$$\equiv \lambda_1 \frac{\partial V_1}{\partial n_1} + \lambda_2 \frac{\partial V_2}{\partial n_2} = 0$$ ‖ analogicznie jak ~~przy~~ w dielektrykach

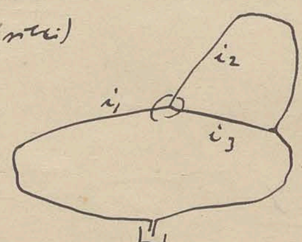
$$\frac{\partial V_1}{\partial t_1} = \frac{\partial V_2}{\partial t_2}$$

Istnieje nagły skok pot. tam źródło energii



Przewodniki liniowe (druty)

Komplikacja tylko jeśli różne połączenia (sieci)



Prawo Kirchhoffa:

I). W każdym punkcie rozgałęzienia

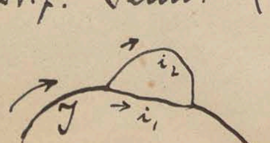
$$\Sigma\, i = 0$$

inaczej stan nie mógłby być stały

II). W każdym ~~gałęzi~~ przewodzie zamkniętym:

$$\Sigma\, i w = \Sigma\, e = 0$$ jeśli e oznacza nagłe zmiany potencjału sztucznie utrzymane

Np. Szunt (Shunt, Nebenschluss)



$i_1 + i_2 = J$

$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0$

$i_1 = \dfrac{J w_2}{w_1 + w_2}$

$i_2 = \dfrac{J w_1}{w_1 + w_2}$

$J = \dfrac{E}{W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}}$

$i_1 : i_2 = w_2 : w_1$

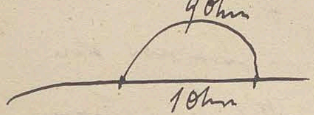
‖ Spadek potencjału $V - V_1 = \dfrac{w_1 w_2 J}{w_1 + w_2}$

zatem taki jak opór $\dfrac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$

Niezliczone zastosowania

Np. mamy opory 1, 2, 3 ... Ohm

a chcemy mieć opór 0·9 Ohm etc.



$$\frac{1\cdot 9}{1+9} = 0{\cdot}9$$

---

mamy ~~e = V − V' = 1 Volt a chcemy mieć 0·1 Volt~~:

~~ogniwo dające 1 Volt (Daniell)~~

~~i [illegible]~~

mamy ogniwo 10 Volt (o bardzo małym oporze) że jest jakiś aparat który ma opór 1 Ohm ale znosi tylko prądy aż do 0·1 Amp.

gdybyśmy go wstawili wprost w połączenie to powstałby prąd ~~[illegible]~~ = 10 Amp

potrzebaby ~~[illegible]~~ 99 Ohm aby otrzymać 0·1 Amp

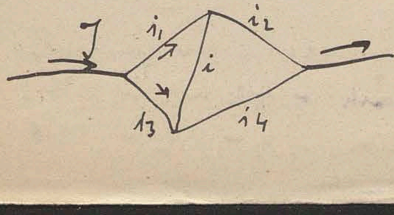
a nie posiadamy oporów większych niż 10 Ohm

Zrobimy $W = 10$ $w_1 = 0{\cdot}1$

$$\frac{E}{W\left(1+\frac{w_2}{w_1}\right)+w_2} =$$

wtedy $$i_2 = \frac{E}{W+\frac{w_1 w_2}{w_1+w_2}}\cdot\frac{w_1}{w_1+w_2} = \frac{10}{10+\frac{0{\cdot}1}{1{\cdot}1}}\cdot\frac{0{\cdot}1}{1{\cdot}1} = \frac{1}{11{\cdot}1} < 0{\cdot}1$$

Mostek Wheatstona



$i = 0$

$(J = i_1 + i_3 = i_2 + i_4)$

$i_1 = i_2$

$i_3 = i_4$

~~$i_1 w_1 + i_2 w_2 = i_3 w_3 + i_3 w_4$~~

$i_1 w_1 = i_3 w_3$

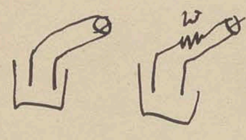
$i_2 w_2 = i_4 w_4$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$$

~~Ale~~ Jaki to ma cel?

Mierzyłby w wyrodzonej opór z prawa Ohma $w = \frac{V_2 - V_1}{J}$

V mierząc n.p. elektrometr, J woltametr.



z oporem i bez niego, ale do tego potrzeba by 4 ścisłych pomiarów, które z różnemi błędami się połączą

Tam ~~jest~~ mamy tylko „Nullmethode“.

Inne modyfikacje n.p. dla pomiarów ~~małych~~ małych oporów: Kirchhoffa i Thomsona (9 gałęzi)

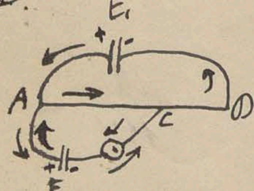
Jeśli mamy opór elektrolityczny ~~[illegible]~~ to powstają trudności wskutek polaryzacji ↑ wytłumaczyć!

omija się wyzyskując prądów zmiennych (Kohlrausch) i telefon

Jeśli opór, ~~[illegible]~~ ~~prąd [illegible] kierunku~~ albo tę samą metodę [bo stały prąd nie przeszkadza] albo n.p.

mierząc prąd: $J = \frac{E}{W}$ $J' = \frac{E}{W+w}$ dodawszy znane w

Siła elektromot.: albo z prawa Ohma



Jeśli tak że $i_2 = 0$:

$$i_1 [\Omega_1 + AD] = E_1 \qquad \frac{E_1}{E_2} = \frac{\Omega_1 + AD}{AC}$$

$$i_1 \, AC = E_2$$

robiąc jeszcze jeden pomiar $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\Omega_1 + DD}{DC}$

można wyrugować Ω_1 (n.p. oznaczenie oporu ogniwa E_1) Waltenhofen [illegible]

i ściśle $\frac{E_1}{E_2}$ Bosscha

Opór Galwanometru



tak żeby przecięcie przekątnej nie zmieniało ~~siły~~ prądu.

Clark Hg Hg_2SO_4 $ZnSO_4$ Zn 1·43

Daniell 1·08–1·12 || Weston Hg Hg_2SO_4 $CdSO_4$ Cd 1·019

Accumulator

Elektromagnetyzm.

Będziemy się trzymać w początku więcej historycznego rozwoju. Wyjdziemy z dat doświadczalnie danych, które będziemy się starali uformułować w wzory matematyczne. (według stanu historycznego podziału) Tak po kolei poznamy najważniejsze zjawiska elektromagn., elektrodynam. i indukcji, potem dopiero omówimy teorye które wszystkie te zjawiska razem obejmują mianowicie Webera i Maxwella. Tą ostatnią specyalnie się będziemy zajmować, pokażemy jak z niej w systematyczny sposób wszystko można wyprowadzić, mianowicie także dynamikę elektr. etc, — co będzie stanowić przejście do optyki.

Elektromagn.: ponderomotoryczne siły między magnesami i prądami elektr.

Oersted 1820 zauważył że prąd elektr. ~~prąd~~ wytwarza pole magnetyczne. Biot i Savart zbadali to zjawisko dokładnie i podali ~~wzór~~ wzór z którego można siłę tego pola obliczać.

Wychodzili oni z doświadczeń nad ~~z~~ przewodnikiem bardzo długim liniowym n. p. ~~oklasanem pionowo postawionym~~. Wtedy ~~już wskutek symetryi wykładu można przewidzieć że~~ siła magnetyczna może się składać ze składowych 1). w kierunku promienia 2). w kierunku osi 3). w kierunku ⊥ do nich.

Pokazuje się że igła magnesowa zawsze stara się stanąć ⊥ ~~do~~ (~~Jeśli chce się prawo wyjść to skrócić należy~~ (przyczem ona musi być ruchoma tylko koło osi w kierunku pola magn. ziemi.) Zatem nie ma składowej 1). i 2). tylko 3. Przy tem są dwa kierunki możliwe, dopiero

jeśli się odwraca kierunek prądu to igła obróci się o 180°. Reguła Ampère'a:
Igła tak stara się stanąć iż biegun półn. ~~...~~ jak lewa ręka człowieka
~~patrzącego na przewodnik~~ i płynącego w jego kierunku i patrzącego na igłę.

Linie siły będą tu kołami w płaszcz. ⊥ do przewodnika.



~~Jako~~, będą liniami zamkniętemi !!!

To zasadnicza różnica wzgl. sił które powstają wskutek mas Newtonowskich. Tam były tylko linje z końcami. i to wynikało ze założenia sił w kierunku promienia będących funkcyą ~~...~~ odległości [bo z tego wynikała ~~...~~ jednowartościowość znaczona wielkość pracy, t.j. ~~...~~] potencyału. Tutaj wiemy już zatem że tych linij nie ~~...~~ można wywieść z potencyału Newtonowskiego że nie będzie można stawić ogólnie

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y =, \quad Z = \Bigg\} \text{ gdzie } V \text{ jednowartościowa}$$

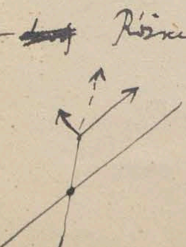
sprowadzić te siły na działalność ~~...~~ mas jakichś Newtonowskich

bo masy Newt. są stałemi określone jako początki albo końce linij siły.

~~Ale jeśli uogólniamy pojęcie potencyału i zastosujemy tę rzecz, tekście~~
~~tutaj do pracy otrzymamy~~

Trzeba (teraz jeszcze się) przekonać ~~do~~ jak siła zależy od odległości.

~~...~~ Różne sposoby 1). porównując z innym polem magn. n.p. w kierunku prądu



2). za pomocą metody wahań

3). ~~metoda~~ równoważąc (porównując) z innemi siłami mechanicznemi

n.p. ~~...~~ skręceniem włókien.

Pokazuje się że siła $F \sim \frac{i}{r}$, $F = c\frac{i}{r}$

Więc i tutaj siła zależy tylko od położenia punktu (nie od jego prędkości etc).

Praca: Jeżeli n.p. się poruszamy wzdłuż linii siły praca ~~wzrasta~~ ciągle w jednym kierunku, a spada w drugim, tak że ona będzie mogła wartość oznaczoną niezależną

$$\int (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = ci \int_a^b \frac{1}{r} \cdot r\, d\varphi = ci(\varphi_b - \varphi_a)$$

więc zależną tylko od położenia a, b,

~~jeżeli one~~ dopóki nie zostanie wykonany całkowity obieg. Jeżeli tę pracę nazywamy potencyałem to i tutaj ~~[illegible]~~ siły = pochodne potencyału

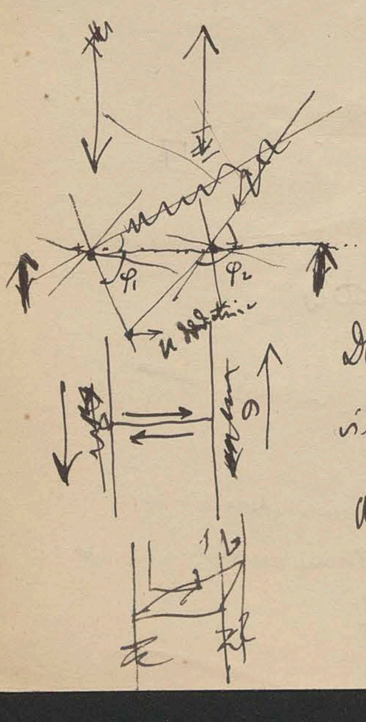
$U_0 = ci \cdot 2\pi$ || $U = \frac{\varphi - \varphi_0}{2\pi} U_0$

ale potencyał = wielowartościowy, funkcya periodyczna $U = ci(\varphi - \varphi_0)$

z tak okresowością że U_0

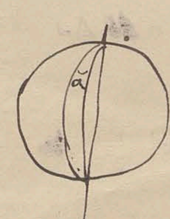
Powierzchnie poziome = płaszczyzny przechodzące przez drut. || n.p. $F_\varphi = \frac{\partial U}{\partial l} = \frac{\partial U}{r\,\partial \varphi} = \frac{ci}{r}$

Dwa druty



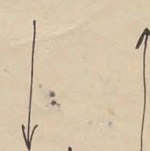
$U = \frac{\alpha}{2\pi} U_0$

$= \frac{\omega}{4\pi} U_0$



$\omega : 4\pi = \alpha : 2\pi$

$\omega = 2\alpha$



punkt przed płaszcz. tak. U będzie dodatnie $= \frac{ci\omega}{2}$

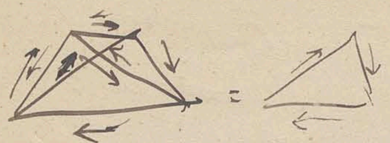
Dla punktów w płaszczyźnie AB pot. z obu stron równe

wielki więc nie odciąga się bez skończoności

$U = \frac{\omega}{4\pi} U_0$

Dla punktów na podstawie

Jeśli nie leży w płaszczyźnie to

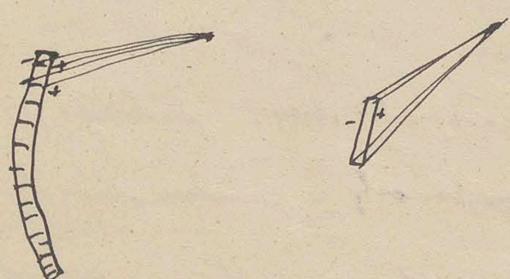


A więc ogólnie dla trójkąta więc i ogólnie dla każdej figury zamkniętej.

$$U = \frac{U_0}{4\pi} \cdot \omega = \frac{c i \omega}{2}$$

$U = \frac{c i \omega}{2}$ dodatnie w tych punktach z których widzę prąd bieg jego jest ~~[illegible]~~ przeciwny biegowi wskazówki zegara

Podobny wzór w teorji magnetyzmu: warstwy magnetycznej



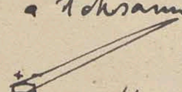
$$U = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} \quad // \quad m = \frac{\omega r^2 \sigma}{\cos(rn)}$$

$$= \frac{\omega r^2 \sigma}{\cos(rn)} \cdot \frac{1}{r^2} \cos(rn) \cdot (r_2 - r_1)$$

$$= \omega \sigma \Delta = \omega \Phi$$

$$\sigma \Delta n = \Phi$$

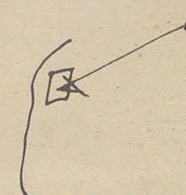
a tożsamo dla warstwy elektrycznej.



$$\Delta U = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} = \sigma \Delta s \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial n} \Delta n$$

$$= \Phi \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial n} \Delta s$$

$$U = \int \Phi \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial n} ds = \Phi \int \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} ds = \Phi \int \frac{1}{r^2} \cos(rn)\, ds$$



$$= \Phi \int d\omega = \Phi \omega$$

więc równoważna z warstwą magnetyczną której moment (na 1cm²) $= \Phi = \frac{ci}{2}$

ω tam dodatnie gdzie ~~[illegible]~~ dodatni magnetyzm

magnetyzm północny (dodatni) należy sobie wyobrazić na tarczy zegarka, jeśli wskazówka biegnie wstecz

~~Jeżeli~~ i mierzymy w sposób poszczególnie określony elektrostatycznie to

stała c którą trzeba wstawić w te równania jest $c = \frac{2}{3.10^{10}}$ (cm g sec)

W rzeczywistości jednak tego sposobu pomiaru nie są możliwe jak już mówiliśmy

Racjonalniej jest więc odwrotnie określić nowy system jednostek za pomocą tej

siły, którą łatwo można mierzyć. System bezwzgl. elektromagn.

Najprościej jeżeli stawiamy ~~[illegible]~~ $C = 2$, wtedy ~~[illegible]~~ $U = i\omega$.

(Weber)
takim prąd którego siła = 1 według tego systemu miary transportuje w 1 sekundzie

3.10^{10} jednostek elektrost. (wydziela w 1 sek. 0·933 mg H_2O albo 11·18 mgr Ag)

~~Jeżeli tę samą miarę rozłożymy~~ W praktyce używa się jako jednostki dziesiątej

części tamtej = Ampère. 1 Weber = 10 Ampère.

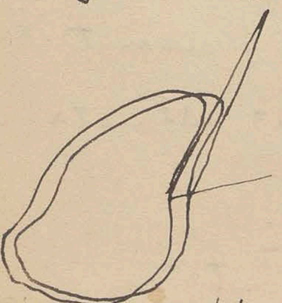
Więc $U = i\omega$

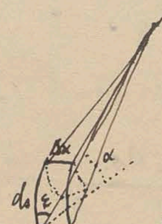
Naturalnie ta różnica że warstwa magn. ma potencjał jednowartościowy; więc

w punktach wewnętrznych warstwy będzie się on zmieniał inaczej niż w

rzeczywistości. Jakie będą siły powstające wskutek takiego U w jakimś układzie?

$$F_x = \int \frac{\Delta U}{\Delta x} = i \int \frac{\Delta \omega}{\Delta x} = i \int \frac{\Delta \omega}{\Delta x}$$





kąt między elem. pow. i elem ⊥ jest ten sam jak kąt między prostopadłemi do nich

$\alpha = (\angle r f)$

$$v = \frac{\Delta f \cos \alpha \,.\, r}{3} = \frac{\Delta f \,.\, r \sin \varepsilon}{3}$$

$$= \Delta x \, ds \, \sin(s x) \,.\, \frac{r \sin \varepsilon}{3} = \frac{r^3 \Delta \omega}{3}$$

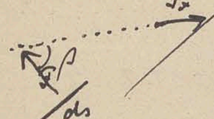
$$\Delta \omega = \frac{\Delta x \, ds}{r^2} \sin(x s) \,.\, \sin \varepsilon$$

$$F_x = \int \frac{i \, ds \, \sin(x s) \,.\, \sin \varepsilon}{r^2}$$

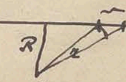
Można sobie teraz także tak wyobrazić że każdy element przewodnika wykonywa siły ⊥, otóż wypadkowe w kierunku X:

$$\frac{d}{d\varphi}\left[\log ctg\,\varphi\right] = \frac{-1}{ctg\,\varphi}\cdot\frac{1}{\sin^2\varphi} =$$

$$F_x = F\cos\beta = \sout{F\sin(sx)}\quad F\sin\gamma$$



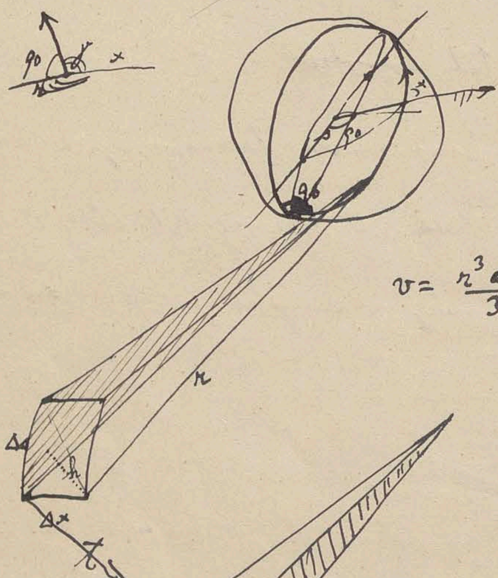
jeżeli przyjmiemy zaś $F = \frac{i\,ds\sin\varepsilon}{r^2}$ to otrzymamy rezultat właściwy.



$$R i\int\frac{dx}{r^3} = i\int\frac{r\,d\varphi}{r^2} = i\int\frac{d\varphi}{r} = 2\frac{i}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\,.\cos\varphi \qquad r = \frac{R}{\cos\varphi}$$

$$\sout{= 2\frac{i}{R}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{d\varphi}{\sin\varphi} = 2\frac{i}{R}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{d\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}} = \frac{2i}{R}\log tg\frac{\varphi}{2}\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{0}}$$

$$= 2\frac{i}{R}\sin\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\frac{i}{R}$$

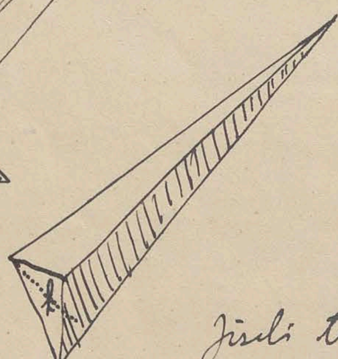


$$v = \frac{r^3\,d\omega}{3} = \frac{2}{3}(\nabla r\,\Delta s\,r).h$$

$$= \frac{r\,\Delta s\sin rs}{2} \quad\Big|\quad = \Delta x\cos tx$$

$$= r\,\Delta s\,\Delta x\sin rs.\cos tx$$

$$F_x = i\int\frac{\Delta s\sin rs.\cos tx}{r^2}$$



Jeżeli teraz wyobrażamy sobie że te siła jest wypadkową sił elementarnych wywieranych przez elementy prądu w ten sam sposób jak przez przewodnik [pewnika] prądy liniowe prostoliniowe t.j. prostopadle do rs t.j. w kierunku t to otrzymujemy jako wypadkową takich sił w kierunku X: $F_x = \int\Delta F.\cos tx$

temu zadość uczynić można kładąc $\Delta F = \frac{i\Delta s.\sin rs}{r^2}$

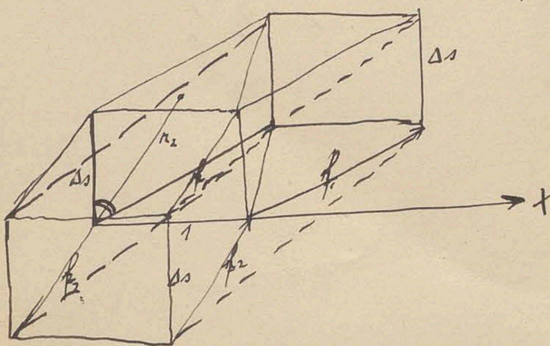
Biot-Savart

ale taki rozkład nie jest jedynym możliwym! Z tego że $\int f(A)\,dA = \int\varphi(A)\,dA$ [nad każdym obszarem] nie można wnioskować że $f=\varphi$!

Jaka wypadkowa sił składowych?

Najpierw dwie siły:

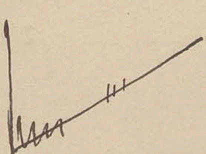
$$\Delta s \frac{\mu_1 \sin r_1 s}{r_1^2} \cos t_1 x + \Delta s \frac{\mu_2 \sin r_2 s}{r_2^2} \cos t_2 x =$$



siła $\frac{\mu_1}{r_1^2} = f_1$ $\qquad \frac{\mu_2}{r_2^2} = f_2$

$$= \Delta s \left[f_1 \sin f_1 s \cos t_1 x + f_2 \sin f_2 s \cos t_2 x \right]$$

wypadkowa $\begin{cases} f_1 \\ f_2 \end{cases} = F$, kierunek normalny $\perp F, \perp s = t$



$$= \Delta s \left[F \sin F s \cos t x \right]$$

tj. siła $= F \, \Delta s \sin Fs$ w kierunku $\perp F, s$

Teraz można dodać trzecią siłę itd. zawsze F wypadkowa

Naturalnie także zapomocą transformacyi tylko algebraicznej:

$$X_1 = \mu_1 \frac{\Delta s \sin s r_1 \cos t_1 x}{r_1^2} \qquad r_1 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{cases} \qquad \Delta s \begin{cases} \lambda \\ \mu \\ \nu \end{cases} \qquad t_1 \begin{cases} \varphi \\ \psi \\ \chi \end{cases}$$

$t_1 \perp r_1, \Delta s$

$$\begin{aligned} \cos\varphi \cos\alpha + \cos\psi \cos\beta + \cos\chi \cos\gamma &= 0 \quad \Big| \cos\nu \\ \cos\varphi \cos\lambda + \cos\psi \cos\mu + \cos\chi \cos\nu &= 0 \quad \Big| -\cos\gamma \\ \cos^2\varphi + \cos^2\psi + \cos^2\chi &= 1 \end{aligned}$$

$$\cos\varphi (\cos\alpha \cos\nu - \cos\lambda \cos\gamma) + \cos\psi (\cos\beta \cos\nu - \cos\mu \cos\gamma) = 0$$

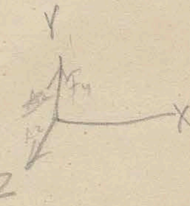
$$\frac{\cos\varphi}{\cos\beta \cos\nu - \cos\gamma \cos\mu} = \frac{\cos\psi}{\cos\gamma \cos\mu - \cos\alpha \cos\nu} = \frac{\cos\chi}{\cos\alpha \cos\lambda - \cos\beta \cos\mu} = \lambda$$

$$\cos\varphi = \pm \frac{\begin{vmatrix} b & c \\ l & n \end{vmatrix}}{\sqrt{||^2 + ||^2 + ||^2}} \quad \text{itd.}$$

$$\sin rs = \sqrt{1-\cos^2 rs} = \sqrt{(\cos\beta\cos\nu - \cos\gamma\cos\mu)^2 + \dots}$$

$$\cos\varphi \sin rs = \cos\beta\cos\nu - \cos\gamma\cos\mu$$

$$\pm X = \frac{\mu_1 i \Delta s}{r_1^2}\left[\cos rxy \cos sz - \cos rz \cos sxy\right] \qquad \frac{\mu_1}{r_1^2}\cos rxy = f_y$$



$$\pm X_1 = i\left[f_{y_1}\,\Delta z - f_{z_1}\Delta y\right.$$

$$\pm X_2 = f_{y_2}\,\Delta z - f_{z_2}\Delta y$$

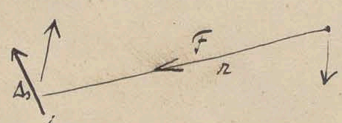
$$\dots \qquad = i\,\Delta s\,F\left[\cos sz \cos Fy \dots\right]$$

$X = \Sigma X_n = i\left[\Delta z\, F_y - \Delta y\, F_z\right]$	F_x	Δx	$XF_x + YF_y + ZF_z = 0$
$Y = \Delta x\, F_z - \Delta z\, F_x$	F_y	Δy	$X\Delta x + Y\Delta y + Z\Delta z = 0$
$Z = \Delta y\, F_x - \Delta x\, F_y$	F_z	Δz	

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \perp \begin{Bmatrix} F \\ \Delta s \end{Bmatrix}$$

Kierunek:

Można powiedzieć że element Δs doznaje siły w kierunku prawej ręki figury patrzącej na przeciwko liniom siły albo lewej ręki " " w kierunku linji siły



Inna reguła Fleminga lewą rękę tak trzymać że forefinger – force

thumb motion

3ci prąd

albo tri:



$$\sqrt{X^2+Y^2+Z^2} = i\,\Delta s\,F\sqrt{(\ \ )^2+(\ \ )^2+(\ \ )^2} = \underline{\underline{i\,F\,\Delta s\,\sin(Fs)}}$$

1 prąd
2 ruch
3 siła

Transformatory

$$w_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_1 \frac{di_2}{dt} = E_0 \sin \alpha t$$

$$w_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_2 \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$i_1 = a_1 \sin(\alpha t + \delta)$$

$$i_2 = a_2 \sin(\alpha t + \varepsilon)$$

~~$w_1 + L$~~

$$\left.\begin{aligned}
a_1 w_1 \cos\delta - a_1 L_1 \alpha \sin\delta - a_2 M \alpha \sin\varepsilon &= E_0 \\
a_1 w_1 \sin\delta + a_1 L_1 \alpha \cos\delta + a_2 M \alpha \cos\varepsilon &= 0 \\
a_2 w_2 \cos\varepsilon - a_2 L_2 \alpha \sin\varepsilon - a_1 M \alpha \sin\delta &= 0 \\
a_2 w_2 \sin\varepsilon + a_2 L_2 \alpha \cos\varepsilon + a_1 M \alpha \cos\delta &= 0
\end{aligned}\right\}$$

$$(a_2 w_2)^2 + (a_2 L_2 \alpha)^2 + (a_1 M\alpha)^2 + a_1 a_2 \alpha^2 M L_2 \cos(\delta+\varepsilon) + a_1 a_2 M \alpha w_2 \sin(\varepsilon - \delta) = 0$$

$$(a_1 w_1)^2 + (a_1 L_1 \alpha)^2 + (a_2 M \alpha)^2 + a_1 a_2 \alpha^2 M L_1 \cos(\delta - \varepsilon) + a_1 a_2 M \alpha w_1 \sin(\delta - \varepsilon) = 0$$

$$\rho_1 = w_1 + \frac{\alpha^2 M^2 w_2}{w_2^2 + \alpha^2 L_2^2} \qquad \sigma_1 = L_1 + \frac{\alpha^2 M^2 L_2}{w_2^2 + \alpha^2 L_2^2}$$

$$a_1 = \frac{E_0}{\sqrt{\rho_1^2 + \alpha^2 \sigma_1^2}} \qquad a_2 = \frac{-E_0 \alpha M}{\sqrt{(\rho_1^2 + \alpha^2\sigma_1^2)(w_2^2 + \alpha^2 L_2^2)}}$$

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \ldots \qquad \operatorname{tg}\varepsilon = \ldots \qquad \operatorname{tg}(\varepsilon - \delta) = \frac{w_2}{\alpha L_2}$$

Jeśli α nie zbyt duże, tak że impedance prawie = resistance

~~to w przybliżeniu:~~ $a_2 = \frac{-E_0 \alpha M}{w_1 w_2}$ $\qquad a_1 = \frac{E_0}{w_1}$

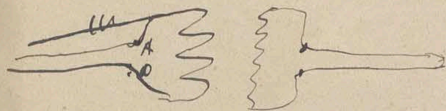
~~$a_2 w_2 = E_2 = -\frac{E_0 \alpha M}{w_1} = a_1 \alpha M$~~

~~$= -E_0 \alpha \cdot \frac{[illegible]}{w_1 + h_1(\alpha)}$~~

więc ~~tu lepiej nam więcej h_2~~ ~~, a h_1 także ale nie warto podnosić więcej jak jest $w_1 = h_1(\alpha)$~~

~~Gdybyśmy wzięli I samotnych~~

Zmiana fazy || telefon!



$w_2 = r + W_2$

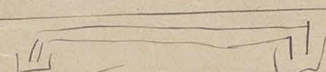
$E_2 = \alpha_2 W_2$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\alpha M w_2}{\sqrt{(\mu_1^2 + \alpha^2 L_1^2)(w_2^2 + \alpha^2 L_2^2)}} = \frac{\alpha M}{\sqrt{(\mu_1^2 + \alpha^2 L_1^2)\left[1 + \left(\frac{\alpha_2 L_2}{w_2}\right)^2\right]}} \neq \frac{\alpha M}{\sqrt{\mu_1^2 + \alpha^2 L_1^2}} =$$

$$\neq \frac{\alpha M}{\sqrt{\mu_1^2 + \alpha^2 L_1^2}} \neq \frac{M}{L_1} = \frac{h_2}{h_1}$$

Mierzy się natężenie prądu za pomocą elektrodynamometru, który jednak daje tylko $\int (i^2)\,dt$

Przewodzenie energji elektr.



~~Ei = energja wytworzona z baterji~~

~~ei = energja która z drugiej strony się zużywa~~

~~$i = \frac{E - e}{w + w_1 + w_2}$~~

~~Stosunek $\frac{Ei}{ei} =$~~

Z jednej strony wkładam energię P_1 z drugiej strony wyciągam pracę P_2

$$P_1 = P_2 + w i^2 =$$

(w: przewodnika)

$$i E_1 = i e_2 + w i^2$$

$$\frac{i e_1}{i E_1} = \frac{i E_1 - w i^2}{i E_1} = 1 - \frac{w i}{E_1}$$

$M_{12}^2 = L_{11} L_{22} \ldots$

$\Delta i_1 = \Sigma_0 (w_2 +$

$$i_1 = \Sigma \frac{L_{22}}{L_{11} w_2 + L_{22} w_1}$$

$$i_2 = - \Sigma \frac{M_{12}}{L_{11} w_2 + L_{22} w_1}$$

$$\frac{\mu \cdot \mu}{l^2} = \frac{m\, l}{t^2}$$

$$\mu = m^{\frac{1}{2}} l^{3/2} t^{-1}$$

$$\frac{\mu\, i}{l} = \frac{m\, l}{t^2}$$

$$i = \frac{m\, l^2}{t^2 \mu} = m^{\frac{1}{2}} l^{+\frac{1}{2}} t^{-1}$$

$$\frac{\mu}{l^2} \cdot \frac{l}{t}\, l^2 = v = m^{\frac{1}{2}} l^{+\frac{3}{2}} t^{-2}$$

$$w_1 i_1 + C_{11}\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} = E_0 \sin\alpha t \qquad i_1 = A\cos(\alpha t + \varepsilon_1)$$

$$\ldots \qquad i_2 = B\cos(\alpha t + \varepsilon_2)$$

$$w_1 A\cos\varepsilon_1 - C_{11} A\alpha\sin\varepsilon_1 - M_{12} B\alpha\sin\varepsilon_2 = E_0$$

$$w_1 A\sin\varepsilon_1 + C_{11} A\alpha\cos\varepsilon_1 + M_{12} B\alpha\cos\varepsilon_2 = 0$$

$$w_2 B\cos\varepsilon_2 - C_{22} B\alpha\sin\varepsilon_2 - M_{12} A\alpha\sin\varepsilon_1 = 0$$

$$w_2 B\sin\varepsilon_2 + C_{22} B\alpha\cos\varepsilon_2 + M_{12} A\alpha\cos\varepsilon_1 = 0$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = \frac{C_{22} B\alpha\sin\varepsilon_2 - w_2 B\cos\varepsilon_2}{C_{22} B\alpha\cos\varepsilon_2 + w_2 B\sin\varepsilon_2}$$

$$\frac{w_1\cos\varepsilon_1 - C_{11}\alpha\sin\varepsilon_1}{w_1\sin\varepsilon_1 + C_{11}\alpha\cos\varepsilon_1} = \operatorname{tg}\varepsilon_2 - \frac{E_0}{M_{12} B\alpha\cos\varepsilon_2}$$

$$i_1 = \frac{E_0\sin(\alpha t - \varphi_1)}{\sqrt{W^2 + (\alpha P)^2}} \qquad \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\alpha P}{W}$$

$$W = w_1 + w_2\frac{(\alpha M_{12})^2}{w_2^2 + (\alpha L_{22})^2}$$

$$P = L_{11} - L_{22}\frac{(\alpha M_{12})^2}{w_2^2 + (\alpha L_{22})^2}$$

$$i_2 = \frac{E_0\cos(\alpha t - \varphi_1 - \delta)}{\sqrt{W^2 + (\alpha P)^2}} \left\| \frac{\alpha M_{12}}{\sqrt{w_2^2 + (\alpha L_{22})^2}} \right\| \qquad \operatorname{tg}\delta = -\frac{w_2}{\alpha L_{22}}$$

[illegible]

0·109 Volt	δp = 8·9 cm
0·197	14·8
364	23·5
500	28·8
909	35·85
1·261	30·1
1·444	23·9
1·833	11·10
2·000	9·4

Rozstřejení

		Volt	
Thomson Ptýš:	δ = 0·0086 cm	~~[illegible]~~ 690	267·1
	0·0127	978	257
	0·0190	1278	224
	0·0281	1692	200·6
	0·0408	1854	151·5
	etc. ~~[illegible]~~		$\frac{V}{d}$
Warren de la Rue: & H. Müller	0·066	3000	152
	0·1176	5000	142
	0·1800	7000	130
	0·2495	9000	120
	0·3378	11330	112

Koule 22 mm średnicy   Moscart

δ = 0·1	5490 Volt	183
1·0	48600	162
2·0	64800	108
4·0	77300	72·7
8·0	112500	46·9
15·0	127800	28·4

Wüllner ≥ 250 mm jiskry

250 – 150 jiskry i + záření na osi

4 mm + záření v celém prostoru

< 2 mm mírné – glimm licht

Mierzenie ~~[illegible]~~ Potenc. statycz. źródeł

przejście iskry przez odst.

zależnie od odstępu

Kohlrausch; absol. Elektrom. { Thomson / Lippmann

~~[illegible]~~ Mierzenie pojemności

$1\,\text{Volt} = \frac{1}{300}$ ~~[illegible]~~

$1\,\text{Coulomb} = 3.10^9$

$1\,\text{Farad} = 9.10^{11}$

Kula
Płyt. kond. } — bezwz. wyzn.
Kohlrausch

(niedokł. izolacyi wypow. się efekt. $q = q_0 e^{-at}$)

sp. ci. pow. = 0·238

---

porównanie pojemn. różnych metod

↑ ↓

Mierzenie ładunków

$Q = CV$ lub Lane lub Riess

~~Wpływ Kondensat.~~

W praktyce wolimy używać metod galwanometr.

tylko wyjątkowo n.p. porówn. wyzn. em.-st. ; lub bardzo małe ilości el. mierzyć. tylko galwan.

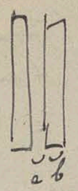
1/. prąd przez promienie röntgena lub rad.

2/. parafina czy przewodzi?

3/. pot. kontaktu

4/. stałe dielektryczne

Rückstand pozostałości



Plattencondens.

Kirchhoff: $C = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{4\pi}\left[lg\left(\frac{16\pi(a+b)R}{e\,a^2}\right) + \frac{b}{a}\, lg\frac{a+b}{b}\right]$

Ogólnie:

$$\overset{iw}{e} = E - \frac{dp}{dt} - \frac{d(i'M)}{dt} - \frac{d(iL)}{dt} \quad \Big|\ i$$

$$\overset{i'w'}{e'} = E' - \frac{dp'}{dt} - \frac{d(iM)}{dt} - \frac{d(i'L')}{dt} \quad \Big|\ i'$$

$$(ei + e'i')^{dt} = \underbrace{(Ei + E'i')^{dt}}_{dA} - \underbrace{\left\{ i\,dp + i\,d(i'M) + i\,d(iL) + \ldots \right.}$$

$$= i\,dp + i'dp' + \tfrac{1}{2} i^2 dL + ii'dM + \tfrac{1}{2} i'^2 dL'$$

$$+ d\left\{ \frac{i^2}{2} L + ii'M + \frac{i'^2}{2} L' \right\}$$

~~$i^2 dL + i\,dt\,L$~~

$$d\left\{ \frac{i^2}{2} L + ii'M + \frac{i'^2}{2} L' \right\} =$$

$$i^2 w + i'^2 w' = dA + \delta A + dU$$

$\circlearrowright \int \mathfrak{I}\, dS = \int \mathfrak{E}\, d\sigma$

$i = \operatorname{curl} \mathfrak{f}$

$\mathfrak{f} = \operatorname{curl} \mathfrak{A}$

$i = \nabla \operatorname{div} \mathfrak{A} - \sout{\operatorname{curl}^2} \nabla^2 \mathfrak{A}$

$\mathfrak{A} = \operatorname{pot} i$

$\mathfrak{f} = \operatorname{curl} \operatorname{pot} i =$ ~~pot curl i~~

~~fcu~~

$\int \mathfrak{B}\, dS = \int \operatorname{curl} \mathfrak{L}\, dS$

$\int \operatorname{curl} \mathfrak{L}\, dS = \int \operatorname{curl}^2 \mathfrak{D}\, dS'$

$= \int \nabla^2 \mathfrak{L}\, dS'$

$2\pi x \quad H = r^2\pi v \cdot 4\pi$

$H = \frac{2\pi r v}{\cancel{x}}$

$X = vz \qquad = -\frac{\partial G}{\partial z}$

$Z = -vx \qquad = \frac{\partial G}{\partial x}$

$\frac{\partial X}{\partial z} = v \qquad \frac{\partial Z}{\partial x} = -v$

$G = -\frac{v}{2}(x^2+z^2) = -\frac{v r^2}{2} + \text{cont}$

$G = \text{curl} \int \frac{i}{r}\, dx \qquad F = H = 0$

$X = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \qquad = \frac{2i z}{r^2}$

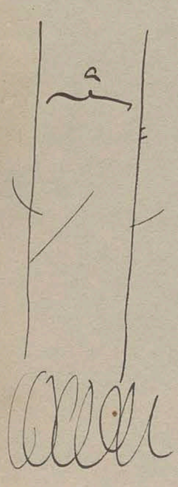
$\| \; G = -2i \log r$

$Y = \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}$

$Z = \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \qquad = -\frac{2i x}{r^2}$

$G = 2i \int \frac{dy}{\sqrt{a^2+y^2}} = 2i \log(y + \sqrt{a^2+y^2}) - \log a$

$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$



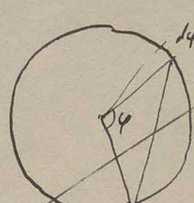
$M = l \int_a^\infty \frac{2i}{r}\, dr = l[C - 2i \log a]$



$\int \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds_1\, ds_2$

$2R\pi \cdot 2i \log \delta$

$\int d\varphi \cdot \log \sin\varphi = \varphi \log \sin\varphi - \frac{\varphi}{\sin\varphi} \cos\varphi$



$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi \; a\, d\varphi}{2a \sin\frac{\varphi}{2}} = \frac{1}{2} \int [illegible]\, d\varphi - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [illegible]\, d\varphi$

$= \frac{1}{2} \int \frac{1 - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}\, d\varphi$

$\tan\frac{\varphi}{2} = x$

$\frac{d\varphi}{\cos^2\frac{\varphi}{2}} = 2dx = d\varphi\,(1+x^2)$

$\frac{1-x^2}{1+x^2} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}\, dx$

$d\varphi = \frac{2\,dx}{1+x^2} \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$$L = 2\int_a^{\infty} \frac{4i^2}{r^2}\, 2\pi r\, dr + \int \left(\frac{2\pi r \frac{v}{2}}{\dots}\right)^2 2\pi r\, dr$$

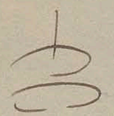
$$= 16\, i^2 \pi \lg a \qquad = [illegible]\; 8\pi^3 \frac{a^4}{4} v^2 = 2\pi a^2 i^2$$

$$= 16\, i^2 \pi \left(\lg a + \frac{a^2}{2}\right)$$

Coulomb: $\frac{e^2}{l} = \frac{m\,l}{t^2}$

System elektrostat.

$e = \frac{l}{t}\sqrt{m}$



Thomson absol. Elektrometer

$i = \frac{e}{t} = \frac{l}{t^2}\sqrt{m}$

System elektromagn.

1). jednostka magnet. $m = \frac{l}{t}\sqrt{m}$ $H = \frac{m}{l^2} = \frac{\sqrt{m}}{lt}$

$i = Hl = \frac{\sqrt{m}}{t}$

2). jednostka prądu: elektromagn. $\frac{2\pi i}{r} = ~~[illegible]~~ H$ koło

lub $H = \frac{2i}{r}$ prosty

3). jednostka siły elektromot. indukcyi

$V = vHl = \frac{l}{t}\cdot\frac{\sqrt{m}}{lt} = \frac{l\sqrt{m}}{t^2}$

4) jednostka oporu Ohm

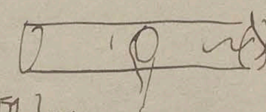
~~[illegible]~~

jednostkę oporu można niezmiennie przechować, dlatego prz

I). Rotierende Platte (Lorenz)

I). Erdinduktor H. F. Weber
bezwzględnie mierzony

Volta Induktion (Kirchhoff)



$1\Omega =$



106·3 cm
1 mm²

pojemność $C = \frac{e}{V} = \frac{\sqrt{m}}{l\sqrt{m}}\,t^2$

$\frac{\text{poj. m}}{\text{poj. e}} = \frac{t^2}{l^2} = \frac{1}{v^2}$

Porównanie: jedn. w których jeden system drugi

np. e Weber, Kohlrausch butelka lejdejska przez [illegible] φ (elektrometr okazuje równy) [illegible] oddany do kul Coulomb

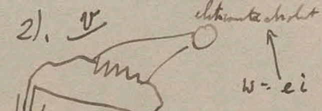
D.

została przez galwanom. bezwzgl.

$v = 3\cdot 111\cdot 10^{10}$

~~Maxwell~~ Thomson:

2). v



$w = ei$

3). Condensator o zmiennej objętości (c = pojem. elektr.)

$\Phi = \frac{c}{v^2} E$

E zmian elektrom.
φ galwan. bezwzgl.

$v =$

największa niepewność

Prądy przemienne:

Jak mierzyć natężenie — Elektrodynamometr

i^2

Napięcie podobnie ale trudniej bo wielkie opór, zmiana $\mathcal{I}$

Energja użyta przy przenoszeniu energji

$W_0 = V_0 \cdot J_0$ $W_1 =$

$= J_0$ $w =$

stracona wJ_0 użyta $V_1 J_0$

$W_1 =$

$J_0 = \frac{V_0 - V_1}{w_0 + w + w_1}$

$\| w i^2 =$

$w J_0 = \frac{w(V_0 - V_1)}{w + w_0 + w_1} = \frac{V_0 - V_1}{1 + \frac{w_0 + w_1}{w}}$

$W_1 J_0$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(4\pi \frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\partial u}{\partial t}$$

c

$u = \sin(\alpha t - \beta x)\ f(x)$

$\frac{\partial u}{\partial x} = -\beta \cos \ldots f + \sin - f'$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\beta^2 \sin f - 2\beta \cos f' + \sin f''$

$-\beta^2 f + f'' = 0$

$-2\beta f' = c\alpha f$

$f = e^{-\beta x}$

$\beta = \sqrt{\frac{c\alpha}{2}}$

$\alpha = \frac{100}{2\pi}$ ~~$\beta = \frac{1}{1000}$~~

$u = \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial z}$

$v = \text{curl}\, f$

$\frac{\partial f}{\partial t} = \text{curl}\, f$

$\frac{\partial v}{\partial t} = \text{curl}\, f = \nabla f$

Tesla

D'Arsonval

Skin Effect:

$H = \frac{4}{r} \int r\pi\, u\, dr$

$dr \frac{\partial H}{\partial t} = de$

~~$\int e\, r\, dr = u$~~

$u = \lambda e$

$\frac{de}{dr} =$

$\frac{de}{dr} = \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{4}{r} \int r\pi\, dr \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \int r\pi \frac{\partial e}{\partial t} dr$

$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\lambda}{4\pi} \frac{du}{dr} r\right) = r \frac{\partial u}{\partial t}$

$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t}$

$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{de}{dr}\right) = r\pi \frac{\partial e}{\partial t}$

$u = \sin(\alpha x - \beta t)\ f(x)$

$Cu: \lambda = \frac{1}{1600}$

$\frac{d^2 e}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{de}{dr} = \frac{de}{dt} \cdot 4\pi\lambda$

par conducteur
~~spec. resist.~~

$588\,000 \cdot 10^{-9} = 0{\cdot}588 \cdot 10^{-3}$

$i_1 = A \sin \alpha t$

$w_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = - M\alpha A \cos \alpha t$

$i_2 = B \sin(\alpha t + \delta)$

$w_2 B \sin(\alpha t + \delta) + L_2 B \alpha \cos(\alpha t + \delta) = - M A \alpha \cos \alpha t$

$w_2 B \cos\delta - L_2 B\alpha \sin\delta = 0$ $\qquad tg\, \delta = \frac{w_2}{L_2 \alpha}$

$w_2 B \sin\delta + L_2 B \alpha \cos\delta = - MA\alpha$

$$B = \frac{-MA\alpha \sqrt{1 + \frac{w^2}{L^2\alpha^2}}}{\frac{w_2^2}{L_2 \alpha^2} + L_2 \alpha} = \frac{-MA}{L_2 \sqrt{1 + \frac{w^2}{L_2^2 \alpha^2}}}$$

$E = ~~w_1 A \alpha \cos \alpha t~~$

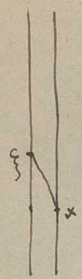
$= w_1 A \sin \alpha t + L_1 A \alpha \cos \alpha t - \frac{M^2 A \alpha}{L_2 \sqrt{1 + \frac{w_2^2}{L_2^2 \alpha^2}}} \cos(\alpha t + \delta)$

$$A \int E \sin \alpha t = \left\{ w_1 A + \frac{M^2 A \alpha}{L_2 \left[1 + \frac{w_2^2}{L^2 \alpha^2}\right]} \frac{w_2}{L_2 \alpha} \right\} \frac{1}{\alpha} \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\pi A^2}{4\alpha} \left\{ w_1 + \frac{M^2 w_2}{L_2^2 \left(1 + \frac{w_2^2}{L_2^2 \alpha^2}\right)} \right\}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{M w_2}{L_2 (w_1 + W)} = \frac{\ldots}{L_2^2 (\ldots)}$$

$$\int i_2^2 w_2 = B^2 \frac{w_2 \pi}{4\alpha} = \frac{M^2 A^2 w_2 \pi}{4 L_2^2 \left(1 + \frac{w^2}{L^2 \alpha^2}\right)}$$



$$\int \frac{dx\, d\xi}{\sqrt{(\xi-x)^2+b^2}} = \int dx \cdot \log\left[\xi - x + \sqrt{(\xi-x)^2+b^2}\right]\Bigg|_{\xi=0}^{l}$$

$$= \int_0^l dx \left\{ \log\left(l-x+\sqrt{(l-x)^2+b^2}\right) + \log\left(x+\sqrt{x^2+b^2}\right) - 2\log b \right\}$$

$$= 2\int_0^l dx \left(\underbrace{\log\left(x+\sqrt{x^2+b^2}\right)} - \log b \right)$$

$$\log x + \log\left[1+\sqrt{1+\left(\tfrac{b}{x}\right)^2}\right]$$

$$\log\left(2+\frac{b^2}{2x^2}\right) = \log 2 + \log\left(1+\frac{b^2}{4x^2}\right)$$

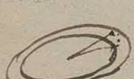
$$= \log 2 - \frac{b^2}{4x^2}$$

$$= 2\int_0^l \underbrace{\log x\, dx} + 2l\log 2 + \frac{b^2}{2x}\Bigg|_0$$

$$x\log x - x$$

$$= 2l\log l - 2l + 2l\log 2 - 2l\log b$$

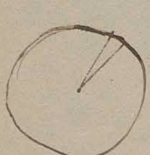
$$= 2l\left[\log\frac{2l}{b} - 1\right]$$



$$\int \log r\, dr = 2\pi r \log r$$

$$R \quad \frac{r^2}{2}\log r - \frac{r^2}{4}$$

$$\pi r^2 \log r + 2\pi\int r\log r\, dr = \pi R^2 \log R - \frac{\pi R^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2}$$



$$\frac{\pi R^4}{2}\left(\log R - \frac{1}{2}\right) + \frac{\pi R^4}{8} = \frac{\pi R^4}{2}\underbrace{\left(\log R - \frac{1}{4}\right)}$$

$$u\int df_1 df_2 \log b = i\left(\log R - \frac{1}{4}\right)$$

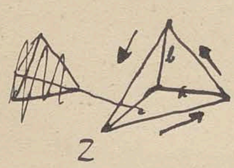
$$= 2l\left[\log\frac{2l}{R} - \frac{3}{4}\right]$$

to już się rozumie że poruszamy się w jednym sensie

Twierdzenie Stokesa:

$$\int\left(\frac{\partial G}{\partial z}-\frac{\partial H}{\partial y}\right)\cos nx + \cdots dS = \int F dx + G dy + H dz = \int (F\cos sx + G \cos sy + H \cos sz) ds$$

$$\int F \cos sx\, ds = \int F\, dx$$



$$= \int_{F_{(z)},\, x=0}^{F_{z=0,\, x=\Delta x}} - \int_{F_{z=0},\, x=\Delta x}^{F_{y=\Delta y},\, x=0} =$$

~~$F = F(\Delta x, 0, 0) - \frac{\partial F}{\partial x}\Delta x$~~ $\qquad \left[F = F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + \frac{\partial F}{\partial z}dz \right.$

~~$F = F(00c) + \frac{\partial F}{\partial x}dx - \frac{\partial F}{\partial z}dz$~~

$$= a\,\frac{F(00c)+F(a00)}{2} - a\,\frac{F(a00)+F(0b0)}{2}$$

$$= \frac{a}{2}\left[F(00c) - F(0b0)\right] = \frac{a}{2}\left[F(00c) - F(000) + F(0b0) - F(000)\right]$$

$$= \frac{a}{2}\left(c\,\frac{\partial F}{\partial z} - b\,\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

$$= \frac{\partial F}{\partial z}\cdot \sigma_y - \frac{\partial F}{\partial y}\sigma_z = \left[\frac{\partial F}{\partial z}\cos ny - \frac{\partial F}{\partial y}\cos nz\right]\Delta S$$

$$\int(\quad) ds = \left.\begin{matrix} \frac{\partial F}{\partial z}\cos ny - \frac{\partial F}{\partial y}\cos nz \\ + \frac{\partial G}{\partial x}\cos nz - \frac{\partial G}{\partial z}\cos nx \\ + \frac{\partial H}{\partial y}\cos nx - \frac{\partial H}{\partial x}\cos ny \end{matrix}\right\} \Delta S = \left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)\cos nx + \cdots$$

Rozkładając pośrednio $\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)$ ogólnie weźmiemy.

$$\int\frac{dy}{\sqrt{a^2+y^2}} = 2\lg(y+\sqrt{a^2+y^2})\Big|_0^Y = 2(\lg Y + \log a)$$

$$G = 2i \lg \sqrt{x^2+z^2} \qquad F=0 \qquad H=0$$

pot. wekt. drutu ∞ prostego

$$X = -\frac{\partial G}{\partial z} = -2i\,\frac{1}{r}\cos rz$$

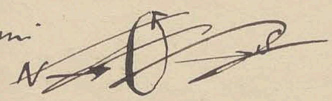
$$Y = 0$$

$$Z = \frac{\partial G}{\partial x} = \frac{2i}{r}\cos rx$$

Wyje taki ruch że ilość linij siły (natrafiającą cyl na stronę +,n) minimum

albo (" " " −,n) maximum

N.p. jak się ustawi w polu magn. ziemi



np. k zwojów
ilość linij siły $= k a^2\pi H \cos\varphi$



$W = i k a^2\pi H \cos\varphi$

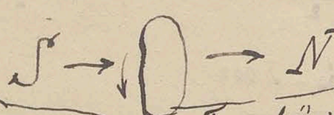
moment $= -\frac{\partial W}{\partial \varphi} = i k a^2 \pi H \sin\varphi$

Jaki jest kierunek linij siły w polu ziemi?

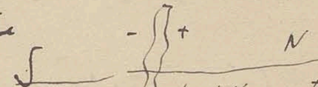
Igła wskazuje do N, a kierunek siły = kierunek w którym masa północ-

zatem kierunek linij siły = S → N [to jest niekonsekwencja naszego

biegun północny właściwie jest biegunem magnetycznym południowym]



przy 2 tym że



~~W to trzeba by jeszcze uwzględnić także te części które posiadają wskutek~~ Naturalnie gdyby się dało zrobić całe ~~nasz~~ Takie nas siły drutowej, ale jeśli przewodnik sztywny stanowi linij siły, bo wszelkie części tego samego przewodnika ~~to się to nie zmienia z czasem~~ więc nie potrzeba !!!

Elektrodynamika

Także dwa prądy wzajemnie będą wywierały siły bo można je zastąpić przez warstwy magnetyczne. Bezpośrednio można zastosować nasze ostatnie wzory uważając jako F siły magn. tworzone przez drugi prąd.

$$W = W_1 + W_2 + W_{12} \qquad = i_2\int(X\cos x + Y\cos y + Z\cos z)\, dS_2$$

N.p. 2 prądy



$$W_{12} = i_1 \int F_{21}\, dS_1 = i_2 \int F_{12}\, dS_2 = i_2 \int (\mathfrak{F} n)\, dS$$

$$F_{12} = \frac{\partial U_{12}}{\partial n_1} = \frac{\partial}{\partial n_1}\int i_2 \frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial n_2}\, dS_2 \qquad = i_1 i_2 \int \left(n \int V \frac{r_0\, ds}{r^2}\right) dS$$

$$W_{12} = i_1 i_2 \iint dS_1\, dS_2\, \frac{\partial^2\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial n_1 \partial n_2}$$

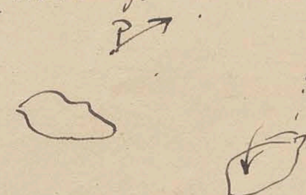
$$\int V \frac{r_0\, ds}{r^2} = \mathrm{curl} \int \frac{ds}{r}$$

$$\mathrm{curl}\, V a b = (b \nabla)$$

To wszystko jednak tymczasem tylko wyprowadziliśmy na podstawie hipotetycznego prawa elementarnego. W rzeczywistości operować możemy tylko z zamkniętemi prądami

więc rzeczywiście wyjść z wyrażenia dla $U = i\omega$, $W = \mu i \omega$

Potencyał jest miarą pracy. Jeśli nie punkt P ruchomy, tylko przewodnik to on w ~~tak~~ wówczas kierunku się będzie poruszał (nie uważając na momenty bezwładności) tak żeby w tę samą względną pozycyę się dostać

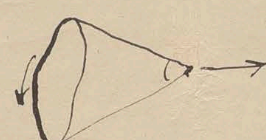


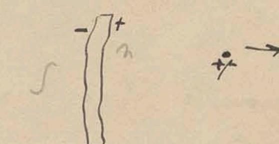
zatem to samo wyrażenie

$W = \mu i \omega$ będzie dążyło do minimum ~~się przez~~ zmniejszać się

Jeśli swoboda ruchu, to zawsze taki ruch żeby W ~~otrzymało~~ największą wartość

bo $X = -\frac{\partial W}{\partial x}$





$\frac{\partial W}{\partial x} = -X$

$\mu\omega$ = ilość linij siły z elementu μ przechodzących przez obwodnicę przewodnika

jeśli jednak punkt znajduje się z drugiej strony to musimy je rachować z przeciwnym znakiem

Jeśli więcej punktów

$$W = i(\mu_1\omega_1 + \mu_2\omega_2 + \dots)$$

$$= -i\left[\int \mu_1 \frac{\partial(\frac{1}{r_1})}{\partial n} dS + \int \mu_2 \frac{\partial(\frac{1}{r_2})}{\partial n} dS + \dots\right] = -i\int \frac{\partial(\Sigma \frac{\mu}{r})}{\partial n} dS = -i\int \frac{\partial V}{\partial n} dS$$

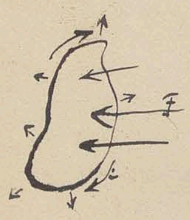
(potencyał pola)

$$= i\int F_n dS = i \times \text{ilość linij siły przechodzących}$$

$\frac{\partial W}{\partial s}$ = P siła. $\frac{\partial W}{\partial \alpha}$ = − moment

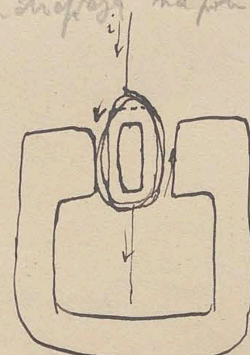
~~Po spotęgow. punkt. styku~~

Więc jeśli element będzie ruchomy, to będzie się tak poruszał aby przecinał linie siły pola magnetycznego. Jeśli cały przewodnik z materyału giętkiego, to tak się ustawi aby przeszedł jak najwięcej linii siły.





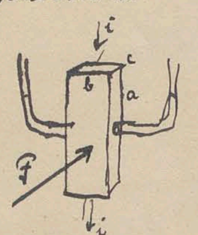
jeśli się te linie uważa jako dodatnie które wstępują na półn. stronę magn. stronę



Galvanometr Deprez D'Arsonval

Syphon Recorder (Kelvin)

Galvanometr rtęciowy Lippmanna:



boczne ciśnienie $p = \frac{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}{ac} = \frac{F\,i\,a}{ac} = \frac{F\,i}{c}$

N. p. F = pole magn. [illegible] n. p. ziemi (składowa H) = 0'2, największe które można aż dotąd wytworzyć wynosi kilka dziesiątek tysięcy 30000 – 40000

Dajmy na to F = 1000

i = 1 Amp. = 0'1

c = 1 mm

$p_{mm} = 10.\,p_{cm} = \frac{10.\,p_{dyn}}{13'6.\ 980} \neq \frac{p_{dyn}}{1350}$

$p_{dyn} = \frac{1000.\ 0'1}{0'1} = 1000 = < 1\ mm\ Hg.$ więc jeżeli bardzo mała czułość, możnaby należałoby c jeszcze zmniejszyć, F powiększyć etc. i użyć wody zamiast Hg.

72

Beer (1865) Weber'sches I — Ampère'sches Elem. I — etc

Maxwell Biot-Savart [illegible] ; i Cz : experim. Result. [illegible] Cz [illegible]

[illegible] magn.

Ebert [illegible] Cz [illegible]

Argumentacja:

1). Biot Savart prostolin.

Praca dokoła = $4\pi i$

2). W bliskości jakiegokolwiek przewodnika igła magn. (exacte) nigdy nie obraca się trwale, tylko —

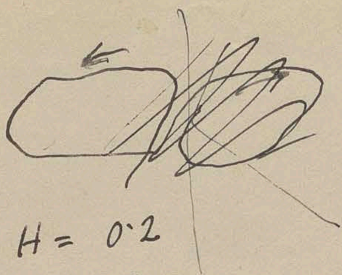
zatem ogólnie $\oint = 0$ jeśli nie okrąża przewodn.

3). Zatem ogólnie $\oint = 4\pi i$

4). Zatem wszystkie linie siły zamknięte (?) bez początków i końców; pole potencjalne $\Delta U = 0$

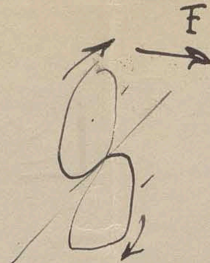
5). Zatem (w przestrzeni nieskrojonej) ~~[illegible]~~ zastąpić przez warstwę źródeł i odpływów

6). Złożyć z nitek prądów z których każdy zastąp. przez magnes. element. = warstwa magn.



$H = 0{\cdot}2$

$i = 64^\circ$



~~100~~

$i = 0{\cdot}1$

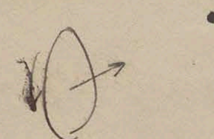
$F = 10^{cm} \cdot 0{\cdot}1 \cdot 0{\cdot}2 = 0{\cdot}2$ dyn!

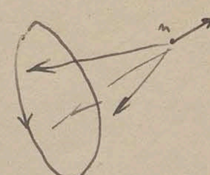
$L \frac{i_1^2}{2} + M i_1 i_2 + i_1 p$

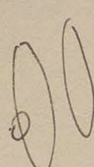
przy zmianie p $\quad w i = - \frac{dp}{dt}$

$M \quad = i_1 i_2 \frac{dM}{dt}$

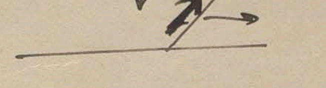
$i_1 \quad \left(L i_1 + M i_2 \frac{di_1}{dt}\right)$









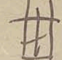


przyrost linij wpadających za n

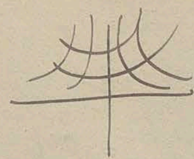
ubytek $\quad$ s

$A\,2^n$

$n=1$



$n=2$





$n=-2$ [illegible]

$$f(\overbrace{x+iy}^{2}) = \varphi(xy) + i\,\psi(xy)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f' \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = i f'$$

~~$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -f''$~~

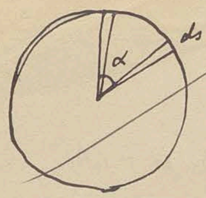
~~$\Delta f = 0$~~

$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i\,\frac{\partial \psi}{\partial x}$	$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + i\,\frac{\partial \psi}{\partial y}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + i\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$	

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} + i\,\frac{\partial \psi}{\partial y} = i\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + i\,\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

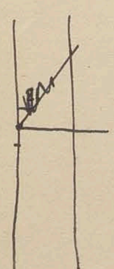


~~Koło na siebie samo~~

~~$$\int ds_1 \int ds_2 \frac{\cos\alpha}{2a\sqrt{\sin\frac{\alpha}{2}}} = \frac{1}{2}\int ds_1 \int \frac{\cos\alpha \, d\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \int ds_1 \int_0^{2\pi} \frac{1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \frac{d\alpha}{2}$$~~

~~$$\int_0^{\pi} \frac{1-2\sin^2\beta}{\sin\beta} d\beta = \int_0^{\pi} \frac{d\beta}{\sin\beta} - 2\int_0^{\pi} \sin\beta \, d\beta = \int \log tg\frac{\beta}{2} = \infty$$~~

N. p. dwa druty równoległe, M (= współczynnik indukcji wzajemnej)



$$\varepsilon = 0$$

$$2\int ds_1 \int \frac{ds_2 \cdot \cos\varepsilon}{r} = 2\int ds_1 \int \frac{ds_2}{\sqrt{a^2+s^2}} = s_1 2 \log \frac{a+\sqrt{a^2+s^2}}{2a}$$

więc jeśli s wielkie to przybliżenie: $= 2s_1 \log\frac{s_2}{2a} = 2s_1\left[\log s_2 - \log 2a\right]$

więc siła w kierunku a: $\frac{\partial W}{\partial a} =$

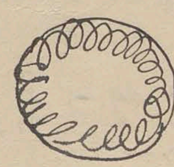
$$W_{12} = i_1 i_2 \cdot 2s_1\left[\log s_2 - \log 2a\right] \qquad X_a = -\frac{2s_1}{a} i_1 i_2$$

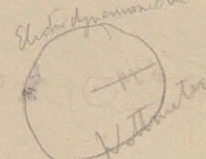
to samo bezpośrednio z $\int F_n dS$

Wogóle obliczenia tych współczynników bardzo skomplikowane

n. p. ~~[illegible]~~ : ~~[illegible]~~ Dwa prądy kołowe na wspólnej osi: już całki eliptyczne. Podobnie także ilość linii siły która przechodzi przez własną [illegible]

W przybliżeniu solenoid kołowy:





$$F = 4\pi h i$$

$$\int F dS = a^2\pi \cdot n \cdot 4\pi h i = 4\pi^2 a^2 n h i$$

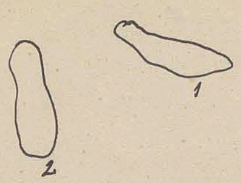
$$h = \frac{n}{2A\pi} \qquad W = \frac{2a^2\pi n^2}{A} i^2$$

więc zależne od A tz. że będzie się starała ~~[illegible]~~ n. p. sprężyna

$$-\frac{\partial W}{\partial A} = + \frac{\cdots}{A^2}$$



Ponieważ można przed zastąpić warstwą podw. magn.:



Jeżeli W = energia to $\frac{\partial W}{\partial x} = X$ itd. ...

z powodu zachowania energii: $W = (W + \Delta W + \Delta A)$

$\Delta W = -\Delta A = -X\Delta x$ itd.

$$W = i_1 \int F_{n_1}\, dS_1 = i_1 i_2 \int \frac{\partial^2(\frac{1}{r})}{\partial n_1 \partial n_2}\, dS_1\, dS_2$$

$$\int\left(\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}\right)\cos nx + \dots = \int (F \cos x + \dots\ )\, ds$$

Wiele linij siły przechodzi przez daną powierzchnię ~~[illegible]~~?

$\int F_{n_1}\, dS_1$

~~$F_{n_1} = -i \frac{\partial W}{\partial n_1} = -i \frac{\partial}{\partial n_1} \int \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial n_2}\, dS_2$~~

~~$= -i \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial n_2}\, dS_2 \cdot \cos n_1 x + \dots$~~

$$F_{n_1} = F_{n_1 x} \cos n_1 x + F_{n_1 y} \cos n_1 y + \dots$$

$$F_{n_1 x} = \int f_x\, ds_2 = i_2 \int \left(\frac{\Delta y}{r^2} \cos rz - \frac{\Delta z}{r^2} \cos ry\right) = -i_2 \int \left(\frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial z} \Delta y - \frac{\partial(\frac{1}{r})}{\partial y} \Delta z\right)$$

$$= \int \left(\frac{\partial \frac{i_2}{r}}{\partial z} \cos s_2 y - \frac{\partial \frac{i_2}{r}}{\partial y} \cos s_2 z\right) ds_2$$

~~$\int F \cos dS_1 = \int \dots \cos s_2 x$~~ $= \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\int \frac{i_2}{r}\, dy}_{G} - \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{\int \frac{i_2}{r}\, dz}_{H}$

$$\begin{cases} F = \int \frac{i_2}{r}\, dx = \int \frac{i_2 \cos s_2 x}{r}\, ds_2 \\ G = \\ H = \end{cases}$$

$$\int F_{n_1}\, dS_1 = \int \left(\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}\right) \cos nx + \dots\ dS = \int (F \cos s_1 x + \dots\ )\, ds_1$$

$$= i_2 \iint \frac{\cos s_1 x \cos s_2 x + \dots}{r}\, ds_1\, ds_2 = i_2 \iint \frac{\cos s_1 s_2}{r}\, ds_1\, ds_2 = i_2 \iint \frac{\cos \varepsilon}{r}\, ds_1\, ds_2$$

2 elementy Biot Savart wzajemnie $F = \frac{\Phi i}{2}$

$$F = \frac{2\pi i a^2}{r^3}$$



$$\sin\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\cos\theta\, d\theta = \frac{a\, x\, dx}{\sqrt{\ }^3}$$

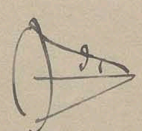
$$\frac{a}{x} = \operatorname{tg}\theta$$

$$x = \frac{a}{\operatorname{tg}\theta}$$

$$\int \frac{2\pi i h\, dx\, a^2}{\sqrt{a^2+x^2}^3} =$$

$$= 2\pi i h a \int \frac{\cos\theta\, d\theta}{} \operatorname{tg}\theta =$$

Współczynnik samoindukcji w solenoidzie



$$\frac{\partial H}{\partial x} = 2\pi b (\cos\theta - 1)$$

$$h i\, 2\pi\left[(\cos\theta_2 - 1) - (\cos\theta_1 - 1)\right]$$

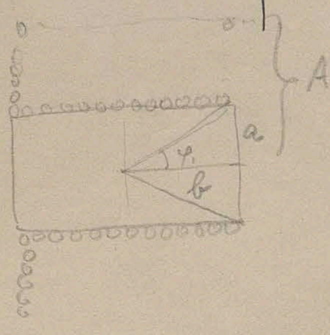
$$r = b \operatorname{tg}\theta$$

$$dr = \frac{b}{\cos^2\theta} d\theta$$

$$4\pi h i \int_a^A \cos\theta\, dr = 4\pi h b i \int \frac{d\theta}{\cos\theta}$$

$$\frac{2\pi i a^2}{(r^2+R^2)^{3/2}}$$





$$\int \frac{4\pi k i b}{\sqrt{a^2+b^2}} k\, da$$

$$= 4\pi k^2 i b \lg(a + \sqrt{a^2+b^2})$$

$$F = 4\pi k^2 i b \lg \frac{A + \sqrt{A^2+b^2}}{a + \sqrt{a^2+b^2}}$$

$$W = 2\pi^2 k b \frac{A^2 - a^2}{2}$$

$$dF = 4\pi k^2 i \lg A + \sqrt{A^2+b^2}$$

$$\int \frac{d\theta}{\cos\theta} = \int \frac{2}{1-x^2} = \lg \frac{1+x}{1-x} = \lg \frac{1+\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = x$$

$$\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = x^2$$

$$1 - \cos\theta = x^2(1+\cos\theta)$$

$$\cos\theta = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{d\theta}{\cos^2\frac{\theta}{2}} = dx$$

$$d\theta = \frac{2}{1+x^2}$$

1). Gaugain - Helmholtz

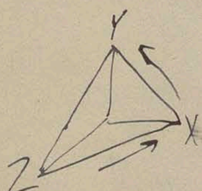
2). [illegible] Rollenwicklung

3). Ballist. Pendel

4). Null[illegible]

Zweikreis Methode

$$\left(b\xi - b\frac{\xi^2}{2a}\right)_a^0 = 0 - \frac{ba}{2}$$



$$\frac{a-\xi}{a}b \qquad \frac{a-\xi}{a}c$$

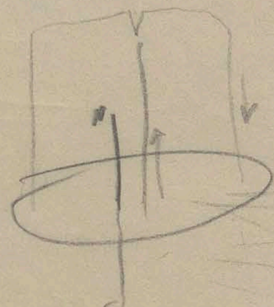
$$F = F_{000} + \frac{\partial F}{\partial x}\xi + \frac{\partial F}{\partial y}\eta + \frac{\partial F}{\partial z}\zeta$$

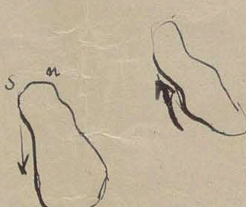
$$\int F d\xi = F_0 a + \frac{a^2}{2}\frac{\partial F}{\partial x} + \ldots + \left(ca - \frac{ca^2}{2a}\right)\frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z}\frac{ac}{2}$$

$$+ - F_0 a - \frac{a^2}{2}\frac{\partial F}{\partial x} \qquad - \frac{\partial F}{\partial y}\frac{ba}{2}$$

$$= \left[\frac{\partial F}{\partial z}\cos ny - \frac{\partial F}{\partial y}\cos nz\right]\Delta s$$





$$\frac{i}{r^2}(dz\cos ny - dy\cos nz)$$

i



$$ds \int_0^{2\pi} \frac{a\,d\varphi \ldots \varphi}{2a \sin\varphi}$$

$$= \frac{ds}{2} \ldots \Big|_{2\pi}$$

$$\frac{ds}{2} \ldots \sin\varphi \Big|_0$$

$$W = \frac{i_1^2}{2} L_1 + i_1 i_2 M_{12} + \frac{i_2^2}{2} L_2 + i_1 \int \underbrace{E_n}_{\text{magn.}} dS$$

$$= ~~i_1 P + \frac{i_2^2}{2} L_2~~ \qquad W = iP$$

$$w i_1^2 dt = i E dt + dW$$

$$E' = - \frac{dP}{dt} = i_1 w$$

$$W = i_1 i_2 M$$

$$i E dt = w i^2 dt + i_1 i_2 dM$$

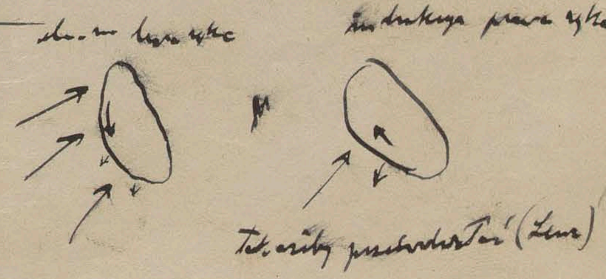
$$E' = - i_2 \frac{dM}{dt}$$

$$W = i_1 i_2 M$$

$$E' = - M \frac{di_2}{dt} = i_1 w$$

$$W = \frac{i_1^2}{2} L + i_1 i_2 M$$

$$dW = (i_1 L + ~~\ldots~~) \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{di_2}{dt} M \qquad E' = - \left(L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \ldots \right)$$



Pociąg na szynach $\quad v = 20\,m$

$s = 1{\cdot}4\,m$

$V = 0{\cdot}35$

$1\,Volt = 10^8$

$1\,\Omega = 10^9$

Golfstream $\quad b = 125\,km$

$v = 5 \frac{km}{h}$

$P = f \cdot H \cos\varphi \quad | \quad i w = - f H \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt}$

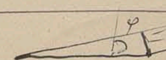
$w \int i\,dt = f H$

można stawić $f(s) = \varphi(s) + \psi(s)$ gdzie $\psi(s)$ tylko ten warunek spełniać

musi, że $\int \psi(s)\,ds$ wzdłuż krzywej zamkniętej $=0$

N. p. $\psi(s) = \frac{dx}{ds}$ $\quad \int \frac{dx}{ds}\,ds = x\Big| = 0$

W każdym razie jednak ~~[illegible]~~ każdy rezultat wyprowadzony według tej formułki dla przewodników zamkniętych będzie prawdziwy w całkowitej ścisł.



$4\pi i\,\omega = \frac{a^2\pi \sin\varphi}{4\pi i}$

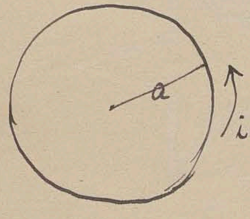
$\omega = \pi\frac{a^2}{r^2}\sin\varphi = \frac{\pi a^2 y}{r^3}$

$V_0 = -i\pi a^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{r^3}\right)\Big|^{y=0}$

$= -\frac{i\pi a^2}{r^3}$

N. p. ~~[illegible]~~ Prąd po obwodzie koła

Na środek koła:



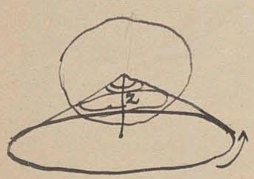
$$F = F_z = i\int\frac{ds}{r^2} = i\int\frac{a\,d\varphi}{a^2} = \frac{2\pi i}{a}$$

Na punkty położone na osi we wysokości z

$$F = F_z = i\int\frac{ds}{r^2}\cdot\cos(rz) = i\int a\,d\varphi\,\frac{a}{\sqrt{(a^2+z^2)^3}} = \frac{2\pi i a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}$$

Czy to samo otrzymalibyśmy biorąc U?

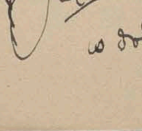
(według tw. [illegible])



$$U = i\omega = i\cdot 2\pi\cdot(1-\cos\psi) = 4\pi i \sin^2\frac{\psi}{2}$$

$$= 2\pi i\left[1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right]$$

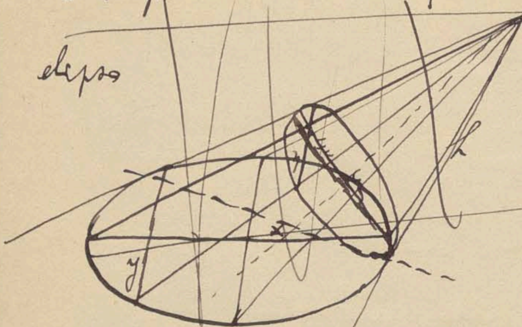
$$-\frac{\partial U}{\partial z} = -2\pi i\left[\frac{-1}{\sqrt{\ }} + \frac{z^2}{\sqrt{(\ )^3}}\right] = -2\pi i\,\frac{-a^2-z^2+z^2}{\sqrt{(\ )^3}} = +\frac{2\pi i a^2}{\sqrt{(\ )^3}}$$

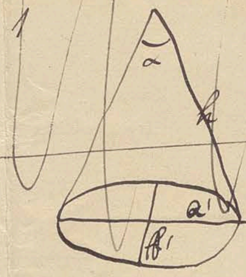


$X = -\frac{\partial U}{\partial x}$

w dodatnim jest prąd przeciwbieżny wskazówkom zegara

z W. punktów ekscentrycznie położonych to koło będzie się przedstawiało jako elipsa

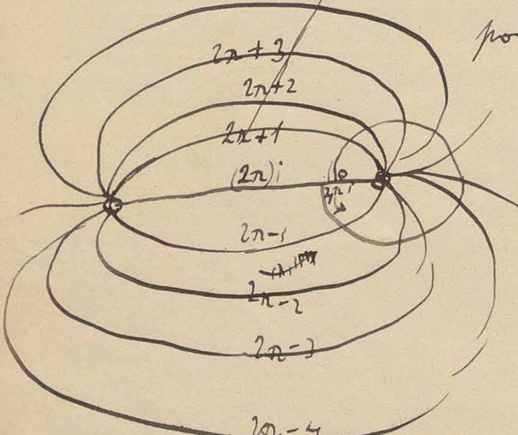




$a' = h \sin\frac{\alpha}{2}$

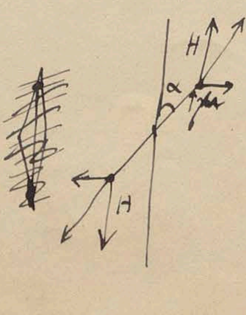
$b' =$

powierzchnie potencyalne



Jeśli k zwojów tego samego prądu nawiniętych (tak blisko siebie że można je uważać jako leżące w jednej płaszczyźnie to siła k razy tak duża

~~Stycznica~~, Galwanometry, busola stycznych, busola sinusów



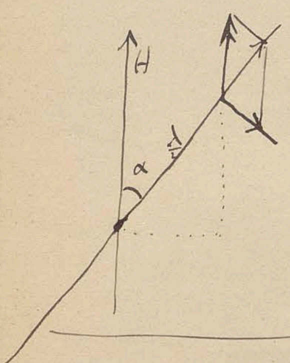
$$\mu H l \sin\alpha = \mu \frac{2\pi i}{a} k l \cos\alpha$$

$$tg\,\alpha = \frac{2\pi i k}{aH}$$

$$i = \frac{H a\, tg\,\alpha}{2\pi k}$$

[Jeśli chce się ten instrument zrobić czulszym to można n.p. H zmniejszyć przez magnesy pomocnicze zewnętrzne.]

Busola stycznych:



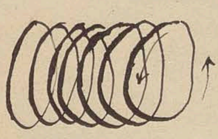
$$H \mu . \lambda \sin\alpha = \mu \lambda \frac{2\pi i}{a} k$$

$$i = \frac{H a \sin\alpha}{2\pi k}$$

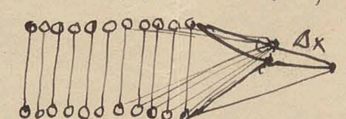
~~Galwanometry~~

(właściwie linia śrubowa, ale to nic nie zmienia, bo w oparciu wchodzi $\cos\gamma$, ale za to długość powiększona w stosunku $\frac{1}{\cos\gamma}$)

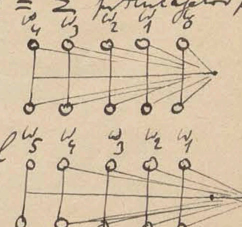
Cewki



Dla punktów zewnętrznych



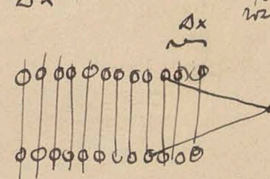
Potencjał $= \sum$ potencjałów pojedynczych



na jedności długości ma przypadać h zwojów, a cała cewka ma długość l

Aby otrzymać siły należy (na punkt nowy) ~~[illegible]~~ punkt przesunąć o kawał Δx

różnica $(-\omega_0 + \omega_5)$



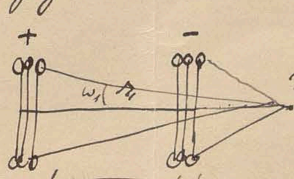
w tej nowej pozycji U można teraz obliczyć:

jak gdyby cewka była się oddaliła o Δx t.j.

jak gdyby $h\Delta x$ zwojów z przodu było ubyło

a $h\Delta x$ zwojów z tyłu ~~[illegible]~~ przybyło

zatem ΔU ograniczy się na



~~siła $F = 2\pi h i a^2 \left[\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}\right]$~~

$$\Delta U = i h \Delta x \cdot (\omega_1 - \omega_2)$$

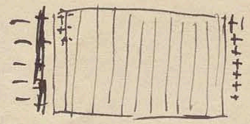
$$F_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} = i h (\omega_1 - \omega_2) = 2\pi i h (\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1)$$

~~więc tak samo jak gdyby jeden [illegible]~~ (końcowy przekrój) cewki zar

więc możnaby cewkę zastąpić dwoma przekrojami końcowemi w których ~~[illegible]~~ brzegach płyną prądy ~~[illegible]~~ h i

~~II. To zresztą bezpośrednio wypływa z tego że~~ Możemy ~~wypływa~~ także zastąpić prąd przez warstwę magnetyczną (na punkty zewnętrzne)

Mając h prądów podzielonych długość ~~wartość~~ cewki λ na hλ warstw z jednej strony + z drugiej −



Moment każdej warstwy ma być

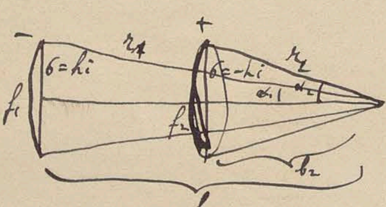
$\Phi = \sigma . \delta = i \qquad \delta = \frac{1}{h}$

$\sigma = h i$

W środku one jednak znoszą się wzajemnie i pozostaje tylko magnetyzm $+ hi$ $- hi$ na obu przekrojach końcowych.

Czy to jest ten sam rezultat jak przedtem?

Siła przez krążek na punkty osi wywierana $2\pi\sigma\left\{\left[\frac{b_2}{\sqrt{b_2^2+a^2}}-1\right]-\left[\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+a^2}}-1\right]\right\} = 2\pi\sigma(\cos\varphi_2-\cos\varphi_1)$



Potencyał krążka na punkty osi

~~zamiast tego możemy także przetoczyć każdą warstwę kuli przez brzeg~~

$$U = -\frac{f_1 hi}{r_1} + \frac{f_2 hi}{r_2} = \left[\frac{-2\pi r_1 (r_1 - b_1)}{r_1} + \frac{2\pi r_2 (r_2 - b_2)}{r_2}\right] hi = 2\pi \left[-r_1 + b_1 + r_2 \mp b_2\right] hi$$

$b_2 = x$

$r_2 = \sqrt{x^2 + a^2}$

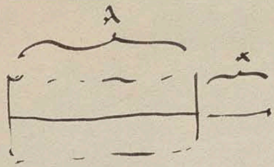
$b_1 = x + \lambda$

$r_1 = \sqrt{(x+\lambda)^2 + a^2}$

$$= 2\pi \left[r_1 (1 - \cos\alpha_1) - r_2 (1 - \cos\alpha_2)\right] hi =$$

$$= 4\pi \left[r_1 \sin^2\frac{\alpha_1}{2} - r_2 \sin^2\frac{\alpha_2}{2}\right] = 4\pi a$$

$$= ki (r_1\omega_1 - r_2\omega_2) \qquad = 2\pi k i \left[-\sqrt{(x+\lambda)^2+a^2} + \sqrt{x^2+a^2} + \lambda\right]$$



$$F = 2\pi a^2 i h \int_x^{x+\lambda} \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}^{\,3}}$$

$$\int_x^{x+\lambda} \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \log\left[x+\lambda+\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}\right] - \log\left[x+\sqrt{a^2+x^2}\right]$$

$$-\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}^{\,3}} = \frac{1}{x+\lambda+\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}}\,\frac{1}{\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}} - \frac{1}{x+\sqrt{a^2+x^2}}\,\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

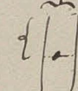
$$\frac{-(x+\lambda)+\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}}{a^2}\,\frac{1}{\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}} - \frac{-x+\sqrt{a^2+x^2}}{a^2}\,\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

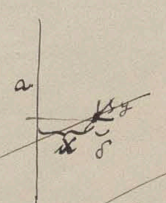
$$= \left[\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{x+\lambda}{\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}}\right]\frac{1}{a^2}$$

$$F = 2\pi i h\,(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1)$$

Styczna Pouillet 1837

Helmholtz, Sawyain





$$\frac{\partial^3\omega}{\partial x\,\partial y^2} =$$

$$X_1 = i\,\partial\psi_x + \delta\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^E + y\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right) + \delta^2\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right) + y\delta\ldots + y^2\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right)$$

nie można elementarnym sposobem

$$X_2 = i\,\partial\psi_x - \delta(\ldots) - y\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right) + \delta^2(\ldots) - y\delta + y^2\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right)$$

Mamy $y(X_1+X_2) = 2X + \frac{\delta^2}{2}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -2\pi h i \left(\frac{x+\lambda}{\sqrt{(x+\lambda)^2+a^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} \right) = 2\pi h i \left(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\right)$$

Naturalnie to samo wzgl. całkując

$$-\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{2\pi J a^2}{\sqrt{a^2+x^2}^{3}} \qquad J = hi\,dx$$

$$2\pi a^2 hi \int_x^{x+\lambda} \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}^{3}} = \ ?$$

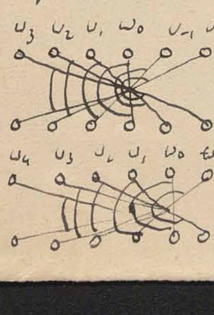
$$\frac{\partial}{\partial a}\left[\int_x^{x+\lambda} \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \lg\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)\Big]_x^{x+\lambda} = \lg\left[x+\lambda+\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}\right] - \lg\left[x+\sqrt{x^2+a^2}\right]\right]$$

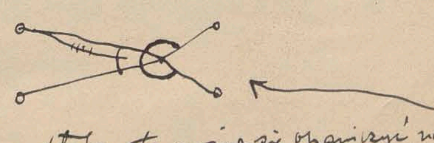
$$a\int_x^{x+\lambda} \frac{dx}{\sqrt{\quad}^{3}} = -\frac{1}{x+\sqrt{a^2+x^2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}} + \frac{a}{\sqrt{\quad}\sqrt{a^2+(x+\lambda)^2}} =$$

$$= a\,\frac{1}{\qquad}$$

Twierdzenie że można zastąpić cewkę owemi dwiema warstwami jest ogólnie ważne dla punktów zewnętrznych, nie tylko dla punktów na osi.

Jak jednak dla punktów wewnętrznych?



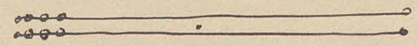
więc zmiana $\Delta U =$ 

Jeżeli cewka stosunkowo długa to można się ograniczyć na

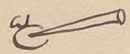
$$\Delta U = -4\pi h i \Delta x$$

Gdzie to tem dokładniej ważnem czem mniejszy stosunek $\frac{a}{\lambda}$; więc w ~~przypadku~~ ostatecznym razie:

$$U = \Sigma w \, . \, i$$



Zwoje dla lewej strony od P nie przyczyniają się bo w dla nich $= 0$ [prawie], zwoje na prawej stronie przyczyniają się każdy z wielkością $4\pi i$, bo



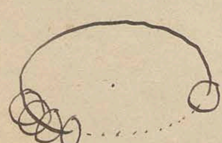
Jeżeli więc punkt P przesunie się o odległość Δx to ubędzie $\Delta U = -k\Delta x \, . \, 4\pi i$

zatem tak samo jak przedtem: $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = 4\pi k i$

i to jest ważne nie tylko dla punktów leżących na osi, lecz w całym przekroju

Więc całkowity przepływ [pręd] siły przez przekrój $= 4a^2\pi^2 k i$.

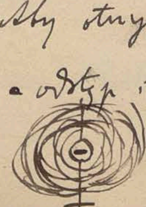
Jeżeli cewka jest ~~xx~~ nawinięta równomiernie to także wtedy można jej działalność zastąpić magnetyzmem $\pm ki$ na końcowych przekrojach jeżeli ~~o~~ oś jej jest kołem.



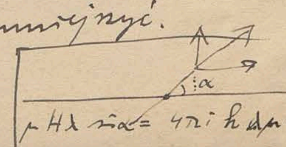
Cewka zamknięta, której oś jest kołem nie wywiera żadnego wpływu na zewnątrz, [wewnątrz $4\pi k i$], bo owe magnetyzmy zniosą się. W przybliżeniu to jest także ważnem dla jakichkolwiek zamkniętych cewek.

Galwanometry. Aby otrzymać największą czułość należy ilość zwojów ile możności powiększyć, a odstęp ich od środka (a) zmniejszyć.

Thomsona Galwanom



, igły astatyczne

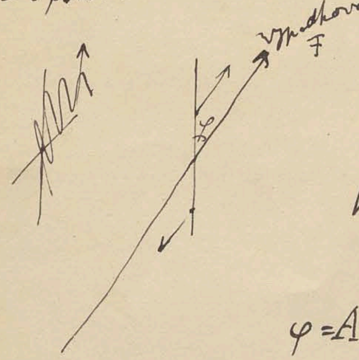


$\mu H \lambda \sin\alpha = 4\pi i \, h \lambda \mu \cos\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4\pi i k}{H}$

Wahania się igły.

Z oporem



$$\frac{d}{dt}\left(K\frac{d\varphi}{dt}\right) = K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -F\mu l \sin\varphi - b\frac{d\varphi}{dt}$$

$$= -FM\sin\varphi$$

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} + b\frac{d\varphi}{dt} + FM\varphi = 0$$

$$\varphi = Ae^{\rho t}$$

$$K\rho^2 + b\rho + FM = 0$$

$$\rho = -\overset{\alpha}{\frac{b}{2K}} \pm \overset{i\beta}{\sqrt{-\frac{FM}{K} + \left(\frac{b}{2K}\right)^2}}$$

Jeżeli $FM > \frac{b^2}{4K}$ to β urojone

$FM < \frac{b^2}{4K}$ β rzeczyw.

$$\varphi = Ae^{(\alpha \pm i\beta)t} = \text{~~}Ae^{-\alpha t}\cos\beta t \pm i\sin\beta t\text{~~}\; e^{-\alpha t}\left[A_1 e^{i\beta t} + A_2 e^{-i\beta t}\right]$$

n.p. $A_2 = A_1$

$$\therefore\ \varphi = \varphi_0 e^{-\alpha t}\cos\beta t$$

$\varphi_1 = \varphi_0 e^{-\alpha T}$

$\varphi_2 = \varphi_0 e^{-2\alpha T} = \varphi_1 e^{-\alpha T}$

$\varphi = Ae^{-(\beta+\alpha)t}$ Galwanom. aperiodyczny

Galwan. balistyczny:



$$\int_0^\tau \frac{d}{dt}\left(K\frac{d\varphi}{dt}\right) = \int_0^\tau + FM \ldots$$

$$K\frac{d\varphi}{dt}\Big|_\tau = +FM\tau$$

A potem F znika i działa znowu H

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -HM\sin\varphi$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -\frac{HM}{K}\varphi^2 + \text{const}$$

$$= \left(\frac{FM}{K}\tau\right)^2$$

~~[illegible]~~.

Jeżeli instrument pewne rozmiary, a dany prąd to należałoby drut obrać jak najcieńszy. Wtedy jednak opór wzrasta.

Zależy więc od celu do jakiego się galwan. używać chce, jaki instrument się wybierze. Jeżeli się ma n.p. prąd w którym już wielki opór mamy to on się nie wiele zmieni dodając jeszcze opór galwanom. Jeżeli jednak zewnętrzny opór mały, to także opór galwanom. należy obrać mały.

N.p. jeżeli mierzymy w mostku Wheatstone bardzo duże opory, albo jeżeli mierzymy przewodnictwo jakiegoś ~~[illegible]~~ bardzo złego przewodnika (~~[illegible]~~ np. ciała ludzkiego) to galwanom. o wielkim oporze [mający dużo zwojów z cienkiego drutu]. Jeżeli mierzymy temperaturę zapomocą ~~[illegible]~~ termoelementów, to obieramy elektr. o małym oporze.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\pi}{aH} ki \qquad i = \frac{E}{kw+W} \qquad = \frac{2\pi}{aH}\frac{kE}{kw+W} = \frac{2\pi}{aH}\frac{E}{w+\frac{W}{k}}$ jeżeli $kw \gg W$: $\operatorname{tg}\alpha \sim E$; $J = \frac{E}{W}$ jeżeli $kw \ll W$ $\operatorname{tg}\alpha \sim J$

Tyle względem mierzenia prądu [przy tem zwykle trzeba dopiero kalibrować instrument, używając znanych prądów].

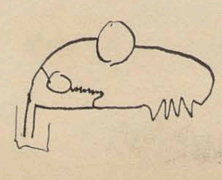
Temi samemi instrumentami można jednak także mierzyć siły elektromotoryczne

$$w_g = n.w \qquad k \sim n$$

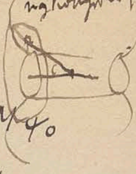
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4\pi i k}{(H)} = \frac{4\pi k}{(H)}\frac{e}{w_g+W} \sim \frac{4\pi n}{(H)}\frac{e}{nw+W} = \frac{4\pi}{(H)}\frac{e}{w+\frac{W}{n}}$$

więc jeżeli się obierze opór galwanom. tak wielki t.j. tyle zwojów że $\frac{W}{w_g}$ mało to mierzy się wprost e, niezależnie od W.

Ampèremetry, Voltmetry.



najkorzystniejsza forma przekroju: jeśliby każdy przy nawinięciu leżący zwój tak samo się przyczynia



θ $\qquad \frac{2\pi r \sin^2\theta}{r^2} = \text{const} \qquad r = a \sin^2\theta$

$$\psi = \psi_0 \sin \alpha t$$

$$-K \psi_0 \alpha^2 = -HM\psi_0$$

$$\alpha^2 = \frac{HM}{K}$$

$$\psi = \psi_0 \sin\left(t\sqrt{\frac{HM}{K}}\right)$$

okres ~~wahania~~ $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{HM}{K}}}$ $\qquad \sqrt{\frac{HM}{K}} = \frac{2\pi}{T}$

$$K \cdot \psi_0 \sqrt{\frac{HM}{K}} \underbrace{\cos(t\sqrt{\;})}_{=1} = +\mathfrak{F} M \tau$$

$$\psi_0 = \frac{\mathfrak{F} M \tau}{\sqrt{HMK}} = \tau \mathfrak{F} \sqrt{\frac{M}{HK}} = \frac{\tau \mathfrak{F}}{H}\sqrt{\frac{MH}{K}} = \frac{\tau \mathfrak{F}}{H} \cdot \frac{2\pi}{T}$$

To będzie amplituda z jednej strony a równo z drugiej, więc całe wahanie

~~$2\tau \sqrt{\frac{H}{\frac{HK}{K}}} \cdot \mathfrak{F}_H = \ldots = \frac{2\tau \cdot \mathfrak{F} M}{\frac{2\pi}{T}} = T$~~

$$\psi_0 = 2\pi \frac{\mathfrak{F}}{H} \cdot \frac{\tau}{T} \qquad = 2\pi \frac{\tau}{T} \cdot \frac{4\pi i k}{H}$$

Gdyby prąd stale przepływał toby $\varphi_0 = \frac{4\pi i k}{H}$ $\quad$ zatem $\frac{\psi_0}{\varphi_0} = 2\pi \frac{\tau}{T}$

można zatem obliczyć czas $\tau = \frac{\psi_0}{\varphi_0} \frac{T}{2\pi}$ [Helmholtz] (Pouillet) 10^{-6} sec

albo także użyć do mierzenia $i\tau = \varphi = \frac{\psi_0 \cdot HT}{8\pi^2 k}$
ilości elektr. która
przepłynęła podczas krótkiego przeciągu czasu niezależnie od tego czy prąd stały czy zmienny.

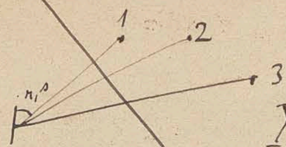
Metoda Multiplikacyi.

Siła którą element prądu wywiera na masę magnetyczną μ ~~odpow~~ =

$\frac{\mu \Delta s\, i \sin rs}{r^2}$ odpowiadać musi równa przeciwna na element Δs w kierunku

t.j. $\perp r \perp \Delta s$

Jeżeli mam system punktów μ: składowe w kierunku x:



$$X = i\Delta s \left\{ \mu_1 \frac{\sin r_1 s}{r_1^2} \cos t_1 x + \mu_2 \frac{\sin r_2 s}{r_2^2} \cos t_2 x + \frac{\sin r_3 s}{r_3^2} \cos t_3 x \ldots \right.$$

$$Y = i\Delta s \left\{ \frac{\sin r_1 s}{r_1^2} \cos t_1 y + \ldots \right.$$

$$Z = i\Delta s \left\{ \frac{\sin r_1 s}{r_1^2} \cos t_1 z + \ldots \right.$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\mu_1}{r_1} + \ldots\right]$$

Wypadkowa siły pola magn. $H_x = \mu_1 \frac{\cos r_1 x}{r_1^2} + \mu_2 \frac{\cos r_2 x}{r_2^2} + \ldots$

$$H_y = \mu_1 \frac{\cos r_1 y}{r_1^2} + \ldots$$

$$H_z = \ldots$$

~~kierunek prostop. do H i do Δs:~~ $\cos Hs = \dfrac{H_x \cos sx + H_y \cos sy + H_z \cos sz}{H} =$

$$\sum \frac{\mu_1}{r_1^2} \overbrace{(\cos r_1 x \cos sx + \cos r_1 y \cos sy + \cos r_1 z \cos sz)}^{\cos r_1 s} \Big/ H =$$

$$i \int \frac{d\sigma \cdot (\ldots)}{(\ldots)} m$$

$$\Sigma \int d\sigma \left(\frac{r_0}{r^2} m\right)$$

$$= i \int d\sigma \, \Sigma$$

$$H \sin Hs = \sqrt{(H_x \cos sy - H_y \cos sx)^2 + \ldots}$$

$$= \sqrt{\left\{\left[\frac{\mu_1}{r_1^2}(\cos r_1 x \cos sy - \cos r_1 y \cos sx)\right] + \ldots \right\}^2 + \ldots}$$

~~$i_2 = e^{-\gamma_2 t} + b$~~

$= a_2 e^{-\gamma_2 t} + b_2 e^{-\gamma_2' t}$

$i_1 = a_1 e^{-\gamma_1 t} + b_1 e^{-\gamma_1' t}$

~~$w_1 - L_1 \gamma_1$~~

$$(w_1 - L_1\gamma_1)\, a_1 e^{-\gamma_1 t} + (w_1 - L_1 \gamma_1')\, b_1 e^{-\gamma_1' t} = M_1 (\gamma_2 a_2 e^{-\gamma_2 t} + \gamma_2' b_2 e^{-\gamma_2' t})$$

$$(w_2 - L_2\gamma_2)\, a_2 e^{-\gamma_2 t} + (w_2 - L_2 \gamma_2')\, b_2 e^{-\gamma_2' t} = M_2 (\gamma_1 a_1 e^{-\gamma_1 t} + \gamma_1' b_1 e^{-\gamma_1' t})$$

$\gamma_1 = \gamma_2 \qquad \gamma_1' = \gamma_2'$

$$\left\{ \begin{array}{ll} (w_1 - L_1\gamma_1)\, a_1 = M_1 \gamma_1 a_2 & (w_1 - L_1\gamma_1')\, b_1 = M_1 \gamma' b_2 \\ (w_2 - L_2\gamma)\, a_2 = M_2 \gamma\, a_1 & (w_2 - L_2\gamma')\, b_2 = M_2 \gamma' b_1 \end{array} \right\}$$

$(w_1 - L_1\gamma)(w_2 - L_2\gamma) = M_1 M_2 \gamma^2 \quad \Big| \quad (w_1 - L_1\gamma')(w_2 - L_2\gamma') = M_1 M_2 \gamma'^2$

~~$-w_1 w_2 + \gamma L (w_2 + w_1) + (M^2 - L^2)\gamma^2 = 0$~~

$w_1 w_2 - (w_2 L_1 + w_1 L_2)\gamma + (L_1 L_2 - M_1 M_2)\gamma^2 = 0$ Toram rovnami dle

$$\gamma^2 - \frac{w_2 L_1 + w_1 L_2}{L_1 L_2 - M_1 M_2}\gamma + \frac{w_1 w_2}{L_1 L_2 - M_1 M_2} = 0$$

$$\gamma_{1,2},\ \gamma'_{1,2} = \frac{w_2 L_1 + w_1 L_2}{2(L_1 L_2 - M_1 M_2)} \pm \sqrt{}$$

$t = 0: \quad i_1 = J_0 \qquad i_2 = 0$

$$\gamma\gamma' = \frac{w_1 w_2}{L_1 L_2 - M_1 M_2}$$

$a_1 + b_1 = J_0 \qquad a_2 = -b_2$

$$\gamma + \gamma' = \frac{w_2 L_1 + w_1 L_2}{L_1 L_2 - M_1 M_2}$$

$$\frac{w_1 - L_1\gamma}{w_1 - L_1\gamma'} \quad \frac{a_1}{b_1} = -\frac{\gamma}{\gamma'}$$

$$a_1 \left[1 - \frac{w_1 - L_1\gamma}{w_1 - L_1\gamma'} \cdot \frac{\gamma'}{\gamma} \right] = J_0$$

$$\frac{w_1\gamma - L_1\gamma\gamma' - w_1\gamma' + L_1\gamma\gamma'}{\gamma(w_1 - L_1\gamma')}$$

$$a_1 = \frac{J_0\,\gamma\,(w_1 - L_1\gamma')}{w_1(\gamma - \gamma')}$$

$$b_1 = -J_0\,\frac{\gamma'(w_1 - L_1\gamma')}{w_1(\gamma - \gamma')}$$

$$b_1 = J_0 \left[1 - \frac{\gamma(w_1 - L_1\gamma')}{w_1(\gamma - \gamma')} \right]$$

$$a_2 = \frac{(w_1 - L_1\gamma)\ a_1}{M_1\gamma} = J_0\ \frac{(w_1 - L_1\gamma)(w_1 - L_1\gamma')}{M_1 w_1 (\gamma - \gamma')} = \frac{J_0\,M\gamma^2(w_1 - L_1\gamma')}{w_1(w_2 - L_2\gamma)(\gamma - \gamma')}$$

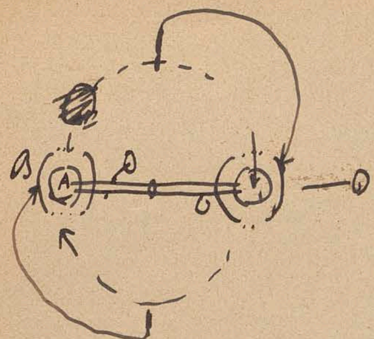
$$b_2 = -\frac{J_0(w_1 - L_1\gamma)(w_1 - L_1\gamma')}{M\ w_1(\gamma - \gamma')}$$

$$(w_1 - L_1\gamma) = \frac{1}{2(L_1L_2 - M^2)} \left[2w_1(L_1L_2 - M^2) - L_1(w_2L_1 + w_1L_2) - \sqrt{} \right]$$

$$= \frac{1}{2(L_1L_2 - M^2)} \left[L_1(w_1L_2 - w_2L_1) - 2w_1M^2 - \sqrt{} \right]$$

$$i_2 = \frac{-ME_1\,(e^{-\gamma t} - e^{-\gamma' t})}{\sqrt{(w_1L_2 - w_2L_1)^2 + 4w_1w_2M^2}}$$

$$i_1 = \frac{E}{w_1}\left[1 - \frac{\gamma(w_1 + \gamma' L_1)\, e^{\gamma t} - \gamma'(w_1 + \gamma L_1)\, e^{\gamma' t}}{w_1(\gamma - \gamma')}\right]$$



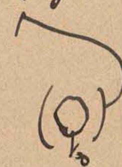
W pozycji O A potencjał zewnętrzny

otrzymuje $Q_n = -V_n c$ jeśli c = współczynnik indukcji

np. $= \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1}$ w cond. kulistym

po $\frac{1}{4}$ obrotu

to rozdzieli się na D', gdzie już jest powier



Ładunek: $Q_n = -V_n C$ gdzie C = pojemność

zatem potem potencjał $-V_{n+1} = -V_n \frac{C+c}{C+\gamma}$ gdzie γ = pojemność cylindra samego

zawsze $C > \gamma$

więc przy urządzeniu symetrycznem

uzyskamy każdym razem przy $\frac{1}{2}$ obrotu V zwiększa się w stosunku

$\frac{C+c}{C+\gamma}$ n.p. jeśli kule: $C = a_2$ [zaniedbując przewody]

$V = V_0 \left(\frac{C+c}{C+\gamma}\right)^{2n}$ $\gamma = a_1$

$c = \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1}$

$$\frac{C+c}{C+\gamma} = \frac{a_2 + \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1}}{a_2 + a_1} = \frac{a_2^2}{a_2^2 - a_1^2}$$

więc dowolnie wysoki potencjał

Replenisher.

promienia, ponieważ wtedy istniałaby zupełna symetrya względem wszystkich kierunków.

Poisson, Laplace i inni fizycy twierdzili jednak że w ośrodkach sprężystych drgania poprzeczne są niemożliwe, że powstają tam tylko drgania podłużne, tak jak w akustyce i że zatem Fresnela teorya jest fałszywą.

Fresnel wreszcie dowiódł że oni byli w błędzie; dowiódł że (wprawdzie nie w cieczach ale) w ciałach stałych sprężystych także drgania poprzeczne mogą istnieć i z czasem wszyscy fizycy do jego zdania się przekonali.

Pozostały jednak dwie trudności

1). musiał on przyjąć że eter, który wszystko przenika i którego drgania stanowią światło, ma właściwości ciała stałego

2). prawda że w takim ciele powstają drgania poprzeczne, ale oprócz tego także jeszcze podłużne, a tych podłużnych nie zdołano odkryć, ~~także~~ nawet tam nie gdzie ich obecność miałaby się dać poznać n.p. przy załamywaniu światła. Przypominam, że teraz niedawno, gdy odkryto promienie Röntgena, mniemano że to są ~~te~~ owe drgania podłużne, od dawna szukane — ale ta hipoteza stała się już dosyć nieprawdopodobna.

W najrozmaitsze sposoby starano się ominąć te trudności, wymyślano dziwny mechanizm cząsteczek z których eter miałby się składać, ale rezultaty nie były zbyt zadawalniające; aż wreszcie w całkiem niespodziewany sposób

$$\varepsilon\int \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + \cdots \, dv = -\int \nabla^2 u \cdot \frac{1}{r}\, dv + \int \frac{\partial u}{\partial n}\frac{1}{r}\, df$$

($\rho + \rho'$) ($\sigma + \sigma'$)

$$= \int u \,\nabla^2 \frac{1}{r}\, dv - \int u \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}\, df$$

~~$V = U - \varphi$~~

~~$\nabla^2 V = \rho$~~

$$\frac{\varphi}{4\pi} = \varepsilon (V - \varphi)$$

$$\varphi = \frac{4\pi\varepsilon V}{1 - 4\pi\varepsilon} = U - V$$

$$V = U - \varphi = \text{~~}U - \frac{4\pi\varepsilon V}{1-4\pi\varepsilon}\text{~~}$$

$$V - U = \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon} V$$

$dW =$

$$\sum (V_1 + dV_1)(\varphi_1 + d\varphi_1) + V_2$$

$$2dW = \sum (\varphi_1\, dV_1 + V_1\, d\varphi_1 + d\varphi_1\, dV_1) + \varphi_2\, dV_2 + \varphi_3\, dV_3 + \cdots$$

$$V_1 = \sum \frac{\varphi}{r} \qquad dV_1 = \sum \frac{d\varphi}{r}$$

$$\frac{1}{2}\sum\sum \frac{e e'}{r}$$

$$\frac{1}{2}\sum\sum \frac{d(ee')}{r} = \frac{1}{2}\sum\sum\left(\frac{e\, de'}{r} + \frac{e'\, de}{r}\right)$$

$$= \sum\sum \frac{e\, de'}{r}$$

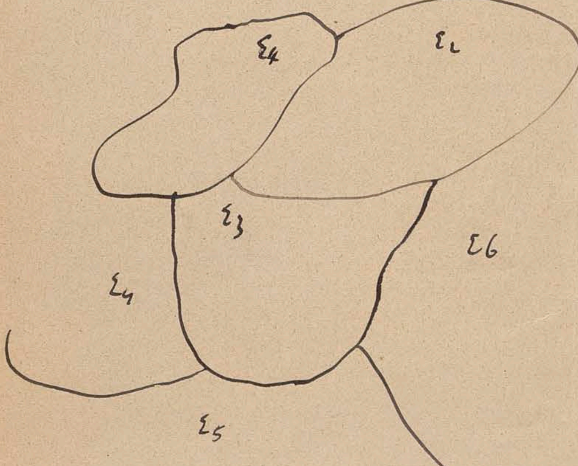
$$= \sum \varphi\, dV' = \sum V\, d\varphi$$

$=$

$$4\pi U = \int \frac{\nabla^2 U}{r}\, dv + \int \frac{\frac{\partial U}{\partial n}}{r}\, df$$

$$\int \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \ldots =$$

$$\int \frac{\partial \varepsilon \frac{\partial U}{\partial x}}{\partial x} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} +$$



$\varphi = \int$

$$\int \varepsilon_1 \frac{\frac{\partial U}{\partial n}}{r} + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{\frac{\partial U}{\partial n}}{r} + \int \varepsilon_2 \frac{\frac{\partial U}{\partial n}}{r}$$

$$= \varepsilon_1 \int_1 \frac{\frac{\partial U}{\partial n_1}}{r}\, df + \varepsilon_2 \int_2 \frac{\frac{\partial U}{\partial n_2}}{r}\, df$$

$\varphi =$

$= \varepsilon_1$

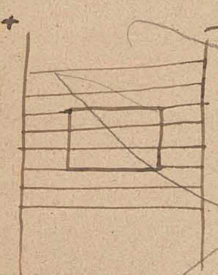
Różnica $\Sigma\left(-\frac{\partial V_1}{\partial x}\right) - \left(-\frac{\partial U_1}{\partial x}\right) = \Sigma$ linii polaryzacji $= 3\frac{K-1}{K+2}\, a^2\pi$

Gdyby nie było kuli to $\Sigma = \cdot\, a^2\pi$

Więc ilość linij indukcji powiększa się w stosunku $\frac{3K}{K+2}$

Podobne rozwiązania dla kuli wydrążonej, elipsoidy etc.

Walec w kierunku linij sił



linie indukcji niezmienione

ale linie siły zwiększone

$V = A_0 - Ax$

$\frac{\partial V}{\partial x} = A$

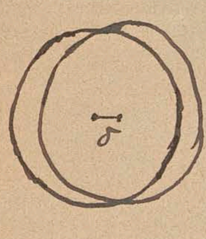
$-\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{K} A$ | $U = U_0 - Aa - \frac{A}{K}(x-a) \ldots$

Czy warunki spełnione? $\Delta U = \Delta V = 0$

~~Na powierzchni~~

$V = A_0 - Ax$

$\alpha = c$



$c = -\Sigma\left(-A + \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)$

$\varphi_a = c\int \frac{\partial (1/r)}{dx}\, dr = \frac{\partial}{\partial x}\left(\int \frac{c\, dr}{r}\right)$

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{x}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{x}{r}\frac{dV}{dr}\right) + \ldots = \frac{x}{r}\left[-\frac{x}{r^2}\frac{dV}{dr} + \frac{x}{r}\frac{d^2V}{dr^2}\right] + \ldots = +\frac{1}{r}\frac{dV}{dr} + \frac{d^2V}{dr^2} = 0$

$= \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right)$

$\left(\frac{r}{r}\frac{dV}{dr}\right) = \alpha$

$\frac{dV}{dr} = \frac{\alpha}{r}$

$V = \alpha \log r + \beta$

$V_i = \beta = \alpha \log a$

$V_a = \alpha \log r$

$\frac{\partial V_a}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}$

~~V~~ $V = \int \frac{e}{r}$

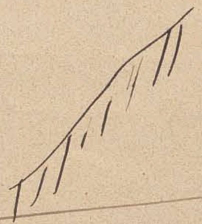
$U = \int \frac{e}{\kappa r}$

$V - U = \varphi = \int \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \frac{e}{r} =$ ~~$\frac{\kappa - 1}{\kappa} \int \frac{e}{r} = \frac{\kappa + 1}{\kappa} V$~~

$\nabla^2 V = -4\pi\rho$

$\nabla^2 U = -4\pi(\rho + \rho') = \int e \, \nabla^2 \left(\frac{1}{\kappa r}\right) =$

$\nabla^2 \varphi = -$

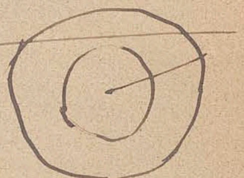


$\frac{\partial V}{\partial n} = -4\pi\sigma = 0$

$\frac{\partial U}{\partial n} = -4\pi(\sigma + \sigma')$

$V_a = C - 2\sigma \lg r$

$V_i = C - 2\sigma \lg a$



$V = C - 2r^2\pi\rho \lg r - 2(R^2 - r^2)\pi\rho \lg a$

$= C - 2R^2\pi\rho \lg a - 2r\pi\rho \lg\left(\frac{r}{a}\right)$

$\frac{\partial V_i}{\partial x} = -4r\pi\rho \lg\left(\frac{r}{a}\right)$

$\alpha = \varepsilon \frac{\partial U}{\partial x}$

$\beta = \varepsilon \frac{\partial U}{\partial y}$

$\gamma = \varepsilon \frac{\partial U}{\partial z}$

$$\rho'' = -\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \ldots = -\varepsilon \nabla^2 U - \left[\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \ldots\right]$$

$$4\pi\rho'' = -4\pi\varepsilon \nabla^2 U - 4\pi[\ldots]$$

~~$4\pi\rho = \ldots$~~

$$\sigma'' = \varepsilon_1 \frac{\partial U}{\partial n} + \varepsilon_2 \frac{\partial U_2}{\partial n_2'}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$\nabla^2 U = \nabla^2 V + \nabla^2 \varphi \qquad \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U'}{\partial n_1} = \frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial V'}{\partial n_1} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} + \frac{\partial \varphi'}{\partial n_1}\right)$$

$$\rho' = \rho + \rho'' \qquad \sigma' = \sigma + \sigma''$$

Więc teraz trzeba dodać ρ'' i σ' aby otrzymać U etc. czy to to samo jak przedtem?

$$-4\pi\rho' = -4\pi\rho = \nabla^2 U$$
$$-4\pi\rho'' \quad + 4\pi\varepsilon\nabla^2 U + \left[4\pi \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \ldots\right.$$
$$= K \nabla^2 U + \left[\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial x} + \ldots\right]$$

$$-4\pi\sigma' = -4\pi\sigma - 4\pi\sigma''$$

Na konduktorach: $-4\pi\sigma' = K\frac{\partial U}{\partial n} - 4\pi\varepsilon\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n}$

W izolatorach naprzeciwko dwóch dielektr.

$$-4\pi\sigma' = \frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial V'}{\partial n_1'} - 4\pi\varepsilon_1\frac{\partial U_1}{\partial n_1} + 4\pi\varepsilon_2\frac{\partial U_2}{\partial n_2}$$

więc te same wzory jak przedtem więc to

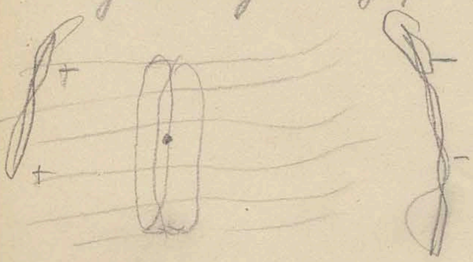
stosować całkowicie wszystkie zjawiska polaryzacji

Jedna trudność: Przy uwzględnieniu polaryzacji nie wiemy jaki wpływ przestrzeni nieskończenie bliskich; tem nie możemy twierdzić że $\frac{\partial U}{\partial x}$ w ów sposób obrachowany jest w tej ch.

$\frac{\partial U}{\partial x}$ ch. = siła elektr. w środku

Więc odwrotnie: przez jakie wyrażenie będzie dana siła w środku?

ale jeśli wytniemy pewną część wewn., jako w siła w otworze tak powstają



$$\boxed{U} = \int \frac{\rho}{r} dv + \int \frac{\sigma}{r} df$$ nie zmienia się przez wyjście

$$+ \int \frac{\rho''}{r} dv + \int \frac{\sigma''}{r} df$$

$\int \frac{\sigma''}{r} df$ składa się z 2 części zewnętrzna powierzchnię i wew $= \int_a + \int_i$

$$= \int \frac{\sigma}{r} df + \int_a \frac{\sigma}{r} df + \int_i \frac{\sigma''}{r} df$$

$$\int_a \frac{\sigma'}{r} df$$

$''U$

siła powstająca wskutek — zależy od kształtu dziury



jeśli walec dłuższy bardzo w porównaniu z szerokością

to $\lim = 0$



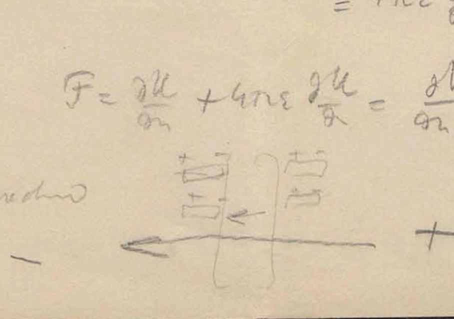
jeśli szerszy w porównaniu z wysokością

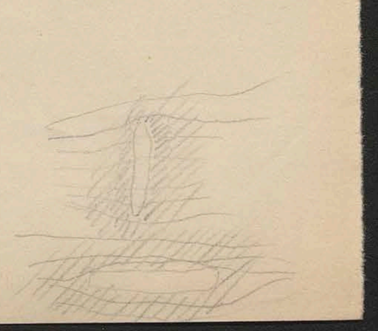
to siła = jak w kondensatorze płaskim $= 4\pi\sigma''$

$$= 4\pi\varepsilon \frac{\partial U}{\partial n}$$

więc w całem: $F = \frac{\partial U}{\partial n} + 4\pi\varepsilon \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial V}{\partial n}$

Także bezpośrednio





$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{K}\frac{\partial V}{\partial x}$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{K}\frac{\partial V}{\partial y}$$
$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{K}\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla^2 u = K\nabla^2 V + \frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x} + \ldots = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} - 4\pi\sigma = K\frac{\partial u}{\partial n} = (1+4\pi\varepsilon)\frac{\partial u}{\partial n}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial V'}{\partial n'} = 0$$

$$\frac{1}{K}\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{K'}\frac{\partial V'}{\partial s'} = 0$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{\partial V}{\partial s}}{\frac{\partial V}{\partial n}} = \frac{K}{K'}\frac{\frac{\partial V'}{\partial s}}{\frac{\partial V'}{\partial n'}} = \frac{K}{K'}\operatorname{tg}\alpha'$$

$$K_1\frac{\partial u_1}{\partial n} + K_2\frac{\partial u_2}{\partial n'} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{K'}{K}\frac{\partial u'}{\partial n'}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} + \frac{\partial u_2}{\partial s'} = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} = -\frac{\partial u_2}{\partial s'}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\frac{\partial u_1}{\partial s}}{\frac{\partial u_1}{\partial n}} = \frac{K_1}{K_2}\frac{\frac{\partial u_2}{\partial s}}{\frac{\partial u_2}{\partial n_2}} = \frac{K_1}{K_2}\operatorname{tg}\alpha_2$$

$$-4\pi\sigma = 0$$

$$V = \int\frac{\rho}{r}dv + \int\frac{\sigma}{r}df$$

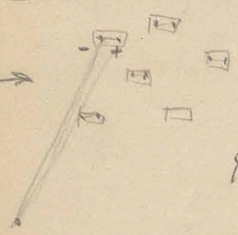
$$-4\pi\sigma' = \frac{\partial u_1}{\partial n_1} + \frac{\partial u_2}{\partial n_2} = \left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right)\frac{\partial u_1}{\partial n}$$

$$K_1\frac{\partial u_1}{\partial n_1} + K_2\frac{\partial u_2}{\partial n_2} = 0$$

$$u = \int\frac{\rho'}{r}dv + \int\frac{\sigma'}{r}df$$

$$\rho' = \rho + \rho''$$

$$-4\pi\sigma' = 4\pi\left(\varepsilon_1\frac{\partial u_1}{\partial n_1} + \varepsilon_2\frac{\partial u_2}{\partial n_2}\right)$$



$$\Sigma\mu\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_m}\right) = \Sigma\mu\lambda\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} = \alpha\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x}dv$$

$$\varphi = \int\left[\alpha\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} + \beta\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial y} + \gamma\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial z}\right]dv =$$

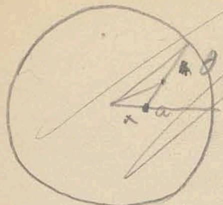
$$-\int\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z}\right)dv + \int\frac{1}{r}(\alpha\cos nx + \beta\cos ny + \gamma\cos nz)\,df$$

$$\rho''$$

$$= -\int\frac{\alpha\cos n_i x + \ldots}{r}\quad \sigma''$$

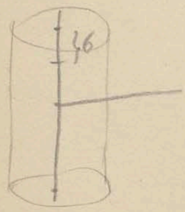
$$\nabla^2\varphi = -4\pi\rho'' \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 4\pi\sigma''$$

Dla punktów na osi



$$+\int \frac{2\pi \sin\varphi\, d\varphi \cdot \cos\varphi}{\sqrt{a^2+x^2-2ax\cos\varphi}} = -2\pi\int \frac{u\,du}{\sqrt{a^2+x^2-2aux}}$$

Potencjał walca



$$U_x = 2\int \frac{\sigma\,dz}{\sqrt{x^2+z^2}} = 2\sigma \lg\left(z+\sqrt{x^2+z^2}\right)\Big|_{z=0}^{\frac{b}{2}}$$

$$= 2\sigma \lg \frac{b}{x} = C - 2\sigma \lg x$$

$$+4\pi\sigma' = -\frac{\partial U}{\partial x} = +\frac{2\sigma}{x}$$

$2\pi x \sigma' = \sigma$ $\sigma =$ masa na jedn. długości walca

Dla punktów wewnętrznych potencjał stały więc niż na osi:

$$U = 2\int \frac{2\pi\sigma a\,dz}{\sqrt{a^2+z^2}} = 4\pi\sigma \lg\left(z+\sqrt{a^2+z^2}\right)\Big|_0^{\frac{b}{2}} =$$

$$U_a = U_{ia} = U_{ea} = U_i = C - 2\sigma \lg a$$

Dla walca pełnego, w środku masy:

$U'_e = C' - 2\sigma \lg x$ gdzie $\sigma = r^2\pi\rho$ $= -2r^2\pi\rho \lg r$

$U'_i =$ [illegible]

$$-2\int_r^a 2\pi r\,dr \lg r = -4\pi\left[\frac{r^2}{2}\lg r - \frac{r^2}{4}\right]_r^a = -2\pi\left(a^2\lg a - r^2\lg r\right)$$

$$+\pi\left(a^2-r^2\right)$$

Więc znów rozstęp[?]



przez



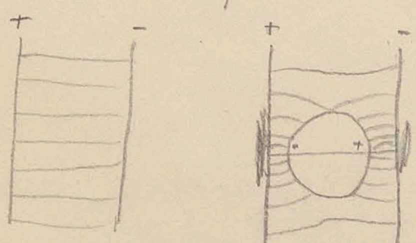
$$\sum \frac{a^2}{r^2} = \frac{A^2}{r^2}\,\frac{k-1}{k+2}$$

$$\frac{na^2}{A^2} = \frac{k-1}{k+2} = L \quad \text{etc.}$$

Trudności na które często przystępujący natyka:

W pot. mas rzeczywistych, jakże linie $\frac{\partial V}{\partial n}$ mogą (położenie zmienić wskutek) być załamane?

Rozdział mas się zmienia n.p.



rozkład 6 inny, zatem linie skrzywione

Czemu zresztą nie mówiliśmy załamane?

V całkowe oznaczone przez $\nabla V = 0$ i wartości

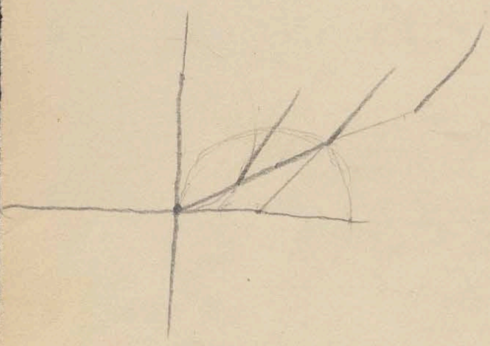
$$\varphi_e = A a^2 \frac{\cos\varphi}{r} = A a^2 \frac{x}{r^2}$$

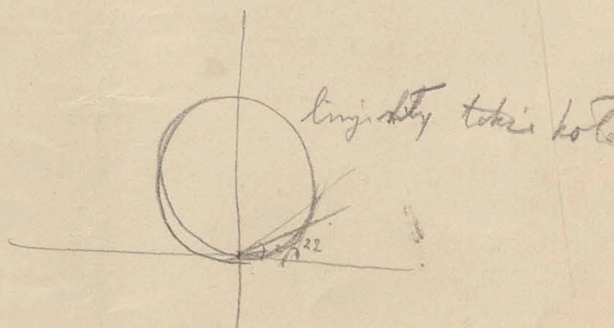
$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = A a^2\left(\frac{1}{r^2} - \frac{2x^2}{r^4}\right) = A a^2 \frac{y^2 - x^2}{(y^2+x^2)^2}$$

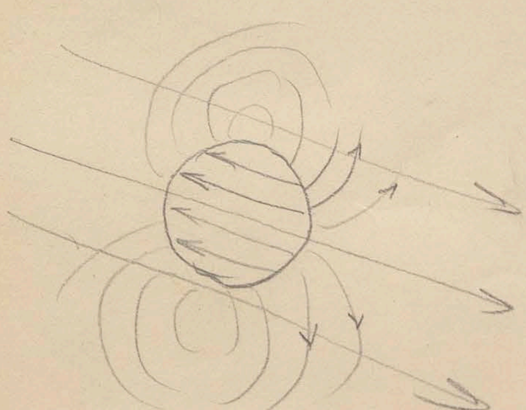
$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -2Aa^2 \frac{xy}{r^4}$$

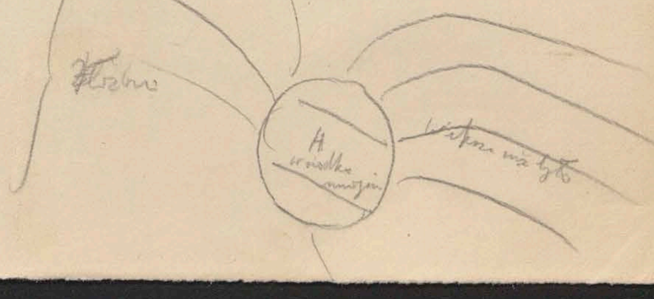
$$\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \dots} = -\frac{Aa^2}{r^4}\sqrt{\left[(y^2-x^2)^2 + 4x^2y^2\right]} = -\frac{Aa^2}{r^2}$$

$$\sin\psi = \frac{\dfrac{-2Aa^2 \sin\varphi\cos\varphi}{r^2}}{-\dfrac{Aa^2}{r^2}} = +2\sin\varphi\cos\varphi = +\sin 2\varphi$$





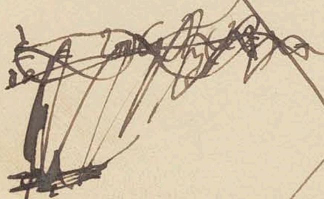




$$\int \frac{dz\; \sigma}{\sqrt{a^2+z^2}} = \sigma \int \frac{dz_a}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}} = \sigma\, \lg\left[\frac{z}{a} + \sqrt{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}\right]_0^z$$

$$= \lg\left(\frac{z}{a}\right)$$

Potencyał pręta:



$$= 2\sigma\, \lg\left(\frac{2z}{r}\right) = \left[\sigma \lg 2z - \sigma \lg a\right].2$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = -\frac{2\sigma}{r}$$

Więc jeśli się położy gęstość $-4\pi\sigma' = \frac{\partial u}{\partial r}\Big|_{r=a}$ na walcu a to

otrzyma się potencyał $2\sigma \lg \frac{2z}{r} = C - 2\sigma \lg r$

$$-4\pi\sigma' = -\frac{2\sigma}{a}$$

$$2\pi a \sigma' = \sigma$$

potencyał $= C - \frac{4\pi\sigma'}{a} \lg r$

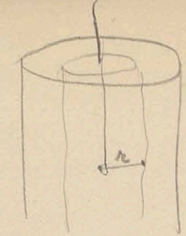
$= C - 2\sigma \lg r$

$V_i = C - 2\sigma \lg a$

$$\varphi_a = \frac{\partial}{\partial x}\left(c.2 \lg r\right) = \frac{2c\, x}{r^2}$$

$$\varphi_i =$$

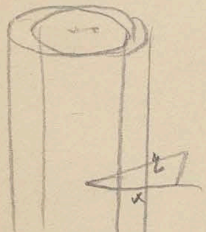
~~Cylinder walca jednorodnie polar.~~



$$U_i = -2\pi a^2 \lg a + \pi(a^2 - r^2)$$

$$U_e = -2\pi a^2 \lg r$$

Walec jednorodnie polar. ⊥



$$\varphi_e = \tau \frac{\partial U_e}{\partial x} = +2\pi a^2 c \frac{x}{r^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} = K \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\varphi_i = +2\pi \frac{x}{r} c = +2\pi c x \qquad \cancel{= \varepsilon\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)}$$

$$A \frac{2K}{K+1}$$

$$c = -\varepsilon\left(\frac{\partial V_i}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial x}\right) \qquad V_i = A_0 - Ax$$

$$= \varepsilon(A - 2\pi c)$$

$$c = \frac{\varepsilon A}{1 + 2\varepsilon\pi} = \frac{2\varepsilon A}{1+K} = \frac{(K-1)A}{2(K+1)\pi}$$

$$U_e = A_0 - Ax + \frac{K-1}{K+1} A \frac{a^2 x}{r^2} = A_0 - Ax\left[1 - \frac{K-1}{K+1}\frac{a^2}{r^2}\right]$$

$$U_i = A_0 - Ax + \frac{K-1}{K+1} A x = A_0 - Ax \frac{2}{K+1}$$

$$-K\frac{\partial U_i}{\partial r} + \frac{\partial U_e}{\partial r} = A\cos\varphi \frac{2K}{K+1} - A\cos\varphi - A\frac{K-1}{K+1}\frac{a^2}{a^2}\cos\varphi = 0$$



$$4\pi\sigma'' = \varepsilon\frac{\partial U_i}{\partial r} = \frac{K-1}{4\pi}\cdot A\cos\varphi \cdot \frac{2}{K+1} = \frac{K-1}{K+1}\frac{A\cos\varphi}{2\pi} = c\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{x_r}{c}$$

Analogja $K = \infty$: $4\pi\sigma =$ ...

$$\varphi_e = A x \frac{a^2}{r^2} = A \frac{a^2 \cos\varphi}{r}$$

$$-\frac{\partial \varphi_e}{\partial x} = \frac{A a^2 \cos\varphi}{r^2}$$

$$W =$$

$$\frac{1}{2}\left[\sum (\rho_m + \dots) U \, dv + \sum \sigma U \, df\right] = \qquad =$$

$$-\frac{1}{8\pi}\int \nabla V \cdot U \, dv + \frac{1}{8\pi}\int \frac{\partial V}{\partial n} \cdot U \, df = \qquad \frac{1}{8\pi}\int \left[\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x} + \dots\right] dv$$

$$= \int \frac{\partial V}{\partial n} U \, df - \int \left[\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x} \dots\right] dv$$

$$= \frac{1}{8\pi}\int B \cdot H \cdot \cos(BH) \, dv$$

$$= \frac{1}{8\pi}\int K H^2 \, dv = \frac{1}{8\pi}\int \frac{B^2 \, dv}{K}$$

$$= \int \rho' V \, dv + \dots$$

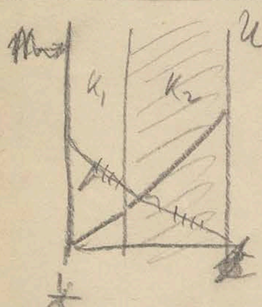
Np.

Condensator nał. do pot. U

Q będzie K razy większe, zatem i siła (mechaniczna) K razy większa

Gdyby zaś nał. Q a potem włożony do dielektr. to by się U zmniejszyło (bo pojemność większa)

zatem siła $\frac{1}{K}$ mniejsza



Pojemność ?

$$x\left(\frac{\partial U_1}{\partial x}\right) + (a-x)\frac{\partial U_2}{\partial x} = U \qquad K_2$$

$$K_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} = K_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \qquad a-x$$

$$\left[K_2 x + (a-x) K_1\right] \frac{\partial U_1}{\partial x} = K_2 U$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{K_2 U}{a K_1 + (K_2 - K_1) x} \qquad \int^2 K_1 x f$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial x} = \frac{K_1 U}{a K_2 - (K_2 - K_1) x} \qquad + \int^2 K_2 (a-x) f$$

$$Q = f \frac{K_1}{4\pi}\frac{\partial U_1}{\partial x}$$

$$\frac{Q}{U} = C = \frac{f}{4\pi} \frac{K_1 K_2}{a K_1 + (K_2 - K_1) x} \qquad =$$

Elektryczność i Magnetyzm 1903/4

Może najtrudn. część fizyki, bo pojęcia abstrakcyjne; mechanika i ciepło operuje pojęciami znanemi z codziennego życia, naocznemi; ten środek elekt. i magn. nie widzimy, nie działają na zmysły oprócz wyjątk. przypadk. (elektryzowanie), tylko z zachowywania ciał tzw. elekt. lub magn. wnioskujemy że one różnią się od normalnych przez coś co — . Dlatego też tak późno dopiero powstała, najnowsza część fizyki, ale mimo to już przynajmniej równorzędna co do obszerności i ważności temtym starym działom, nawet może w przyszłości prześcignie, posłuży jako fundament (elektrony)

Rozkład wyczerpujący: do nowego Roku teorya potenc., do końca półrocza stara teorya, w półroczu letn. Maxwell, elektrony, optyka.

Teorya pot. może być traktow. ~~w sposób~~ ze strony matem. lub fizyc. Matem. jako specyalny oddział równań różnicz. $D^2U = F$;

Fizycz. opiera się polega na pojęciu pracy.

Pojęcie prędkości: $\lim \frac{s'-s}{t'-t} = \frac{ds}{dt}$ | Kilka definicyi $\left\{ \frac{dx}{dt} \quad \frac{dy}{dt} \quad \frac{dz}{dt} \right.$

Przyspiesz. $\frac{d^2x}{dt^2} \quad \frac{d^2y}{dt^2} \quad \frac{d^2z}{dt^2}$

Prawo Newtona: Definicya siły $X = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad Y = \quad Z =$

N. p. $x = ct$ | $X = 0$ | $y = b \sin ct$

$y = dt - \frac{gt^2}{2}$ | $Y = -g$ | $x = a \cos ct$

$x = a e^{-\gamma t}$

$y = 0$

$z = 0$

$X = + m a \gamma^2 e^{-\gamma t} = - m \gamma \frac{dx}{dt} = + m \gamma^2 x$

Dopóki siły dane tylko na osi X nie można wstęgi osy w ogóle o całym punktami $X = - m \gamma^2 x$

Definicya pracy: $P = \sum F ds \cos \varepsilon$

$\int F ds \cos \varepsilon = \int F ds (\cos\alpha \cos\alpha' + \cos\beta \cos\beta' + \cos\gamma \cos\gamma') = \int \left(X \frac{\partial x}{\partial s} + Y \frac{\partial y}{\partial s} + Z \frac{\partial z}{\partial s} \right) ds$

co się pełne pracy: $\int\limits_0 X dx + Y dy + Z dz$

$= m \int \left(\frac{d^2x}{dt^2} dx + \dots \right) = m \frac{V^2 - v^2}{2}$ Praca = różnica energii kinet.

N. p. $\int_0^{y_1} - mg \, dy = - mg \, y_1$ $\quad m \frac{(a - gt)^2 - a^2}{2} = - m g \left(a t - g \frac{t^2}{2} \right)$

$= - m g \left(a t - \frac{g t^2}{2} \right)$

$- m \gamma^2 \int a e^{-\gamma t} \underbrace{a \gamma e^{-\gamma t} dt}_{dx} = - m a^2 \gamma^3 \int e^{-2\gamma t} dt = + m a^2 \gamma^2 \frac{e^{-2\gamma t}}{2} \Big| = m \frac{v^2}{2} \dots$

Już widzimy dwa rodzaje sił 1). $\frac{\partial P}{\partial \dots} = f_c (x, y, z)$ 2). ~~$\frac{\partial P}{\partial \dots}$~~

konserwatywne

~~Wzajemne przypadku~~ $\int$ ~~$X dx + Y dy + Z dz$~~ $= P$ niezal. od drogi

wracając do tego samego punktu $P = 0$

dissypatyw –

(tarcie)

Jeśli dana ta funkcya to wiemy też już siły bo

$X dx + Y dy + Z dz = f(x_1 y_1 z_1) - f(x_0 y_0 z_0)$

przesuwając w kierunku X: $X dx = f(x_1 y_0 z_0) - f(x_0 y_0 z_0) = \frac{\partial f}{\partial x} dx$

etc.

lub energię potenc.

Ujemną wartość nazywamy: funkcyą potenc.

$U = -P$

$U + \sum m \frac{V^2 - v_0^2}{2} = const$

energ. pot. + energ. kinet. = const

Funkcye trzech zmiennych niez.

To także służyć może za definicyę:

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = \ldots$$

} jeżeli istnieje taka U

więc dwie definicye równoważne:

całkowa

1). funkcya pot. = ujemna $\sum F\,ds$ [illegible]

różniczkowa

2). $X = -\frac{\partial U}{\partial x}$ etc.

ponieważ wtedy istotnie powrócić możemy bezpośrednio do owej definicyi: $\int \frac{\partial U}{\partial x} dx \ldots = U$

ale tylko w razie gdzie U jednowartościowe, będzie to równoważne

w obu przypadkach pozostaje pewna nieoznaczoność: 1). punkt wyjścia

2). stała dopełn.

później tak znaczymy że jako punkt wyjścia będziemy uważać: ∞

Przykłady takich funkcyj:

1). $U = const$ $\qquad U = by^2$

2). $U = mgy + const$

3). $U =$ ~~$mg\,x^2+y^2$~~ $- a(x^2+y^2) + const$

4). $U = -\frac{a}{x}$ przyciąg.

5). $U = -\frac{a}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ $\qquad X = -\frac{a}{r^2}\frac{x}{r}$ $\qquad Y =$ $\qquad Z =$

Nie każda siła ma pot., jak to już widzieliśmy

Konieczny warunek wynika z 2 definicyi: $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$!

N.p. $X = ay^2$

$Y = b$ $\qquad \frac{\partial X}{\partial y} \neq \frac{\partial Y}{\partial x}$

$U \neq ay^2x + by = \ldots$

$U \neq by$!

podczas gdy w tamtych przykładach zawsze spełnione

Dalsze przykłady!

To jest zatem ~~[illegible]~~ funkcya potenc. sił Newtonowskich

Tą będziemy się zaś zajmować i dla krótkości nazwiemy ją potencyałem, przy czem jako punkt wyjścia przyjmiemy ∞

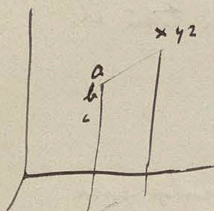
Jaki cel? Ułatwieniu oznaczenia sił, i to podwójne:

1). Wystarczy podać jedną funkcyę U, przez którą już rozkład sił oznaczony, podczas gdy inaczej trzeba trzech funkcyj dla sił składowych

potencyał jest skalarny wielkością podczas gdy siły: wektorem

2). Jeśli układ, to pot. układu itd = Σ pot. poszczególnych, jak to zaraz bliżej udowodnimy:

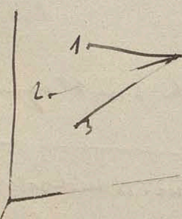
Jeśli na początek współrzędnych, lecz inny punkt abc wtedy itd:



$X = -\frac{k}{r^2}\frac{x-a}{r}$ $\quad Y = -\frac{k}{r^2}\frac{y-b}{r}$ $\quad Z =$

Przesunięcie współrzędnych, zatem znów $U = \frac{k}{r}$

istotnie: $\frac{\partial U}{\partial x} = \dots$



$X_1 = -\frac{\partial U_1}{\partial x}$ $\quad X_2 = -\frac{\partial U_2}{\partial x}$ ...

$\Sigma X = -\frac{\partial \Sigma U}{\partial x}$

itd.

Można by dodać stałą $U + \text{const}$, ale dla oznaczenia zastrzegamy że dla $r = \infty$, $U = 0$

zatem pot = praca wyk. przy

~~Jeśli masy ciągle rozmieszczone tak że na Δv przypada ρΔv:~~

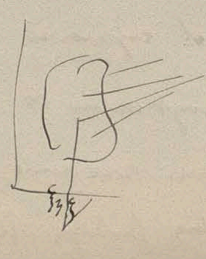
$U = \Sigma$ Prawo Newtona $F = k\frac{m_1 m_2}{r^2}$ przyciąg.

odpow. pot. (wszystko odnosimy do masy $m_1 = 1$):

$U = -\Sigma k\frac{m_n}{r_n}$ $\qquad$ / odpych. $U = \Sigma \frac{k m_n}{r_n}$

Jeśli masy rozmieszczone w sposób ciągły:

$U = \mp k \Sigma \rho\frac{\Delta v}{r^2}$ // lim $= k\int \frac{\rho\, d\xi\, d\eta\, d\zeta}{r}$



Istotnie $X = k\int \rho \frac{x-\xi}{r^3} dv$

$Y =$

Z

Gilbert, Guericke: Elektrisierung

Gray: Leiter
1729 Nichtleiter

Dufay 1733 . Glas- u. Harz-Elektr.

Franklin 1747 + − unitarische Theorie

dualistische "

Symmer 1759

Coulomb 1785

Galvani 1789 Volta

Örsted 1820

Ampère 1823 Elektrodynamik

Ohm 1827

Faraday Induktion 1831

Lenz 1834

Weber 1846

Maxwell 1831–1879

Hertz 1888

97-